

**30. Волновое уравнение для электромагнитного поля в вакууме. Плоские монохроматические волны и их свойства. Поляризация электромагнитных волн.**

Рассмотрим систему уравнений Максвелла.

$$\begin{cases} \operatorname{div}(\vec{D}) = 4\pi\rho \\ \operatorname{rot}(\vec{E}) = -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div}(\vec{B}) = 0 \\ \operatorname{rot}(\vec{H}) = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{cases}$$

В вакууме  $\begin{cases} \rho = 0 \\ \vec{j} = 0 \\ \varepsilon = 1 \\ \mu = 1 \end{cases}$ , и уравнения Максвелла примут вид:

$$\begin{cases} \operatorname{div}(\vec{E}) = 0 \\ \operatorname{rot}(\vec{E}) = -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div}(\vec{B}) = 0 \\ \operatorname{rot}(\vec{B}) = \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{cases}$$

Возьмем ротор от второго уравнения системы и получим:

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}(\vec{E})) = \operatorname{rot}\left(-\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot}(\vec{B}).$$

Подставим сюда  $\operatorname{rot}(\vec{B})$  из четвертого уравнения системы и получим

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}(\vec{E})) = -\frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

Это с одной стороны, а с другой стороны ротор ротора любого векторного поля можно преобразовать следующим образом:

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}(\vec{E})) = [\vec{\nabla}, [\vec{\nabla}, \vec{E}]] = \vec{\nabla}(\vec{\nabla}, \vec{E}) - \vec{E}(\vec{\nabla}, \vec{\nabla}).$$

Заметим, что в вакууме  $(\vec{\nabla}, \vec{E}) = \operatorname{div}(\vec{E}) = 0$ , тогда

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}(\vec{E})) = -\vec{E}(\vec{\nabla}, \vec{\nabla}) = -(\vec{\nabla}, \vec{\nabla})\vec{E} = -\nabla^2 \vec{E} = -\Delta \vec{E}.$$

Подставим это выражение для  $\text{rot}(\text{rot}(\vec{E}))$  в

$$\text{rot}(\text{rot}(\vec{E})) = -\frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \text{ и получим } -\Delta \vec{E} = -\frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \Rightarrow$$

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \text{ — волновое уравнение для электрического поля.}$$

Аналогично, если от равенства

$$\text{rot}(\vec{B}) = \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

взять ротор, то получим волновое уравнение для магнитного поля:

$$\Delta \vec{B} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0$$

-----

Волновое уравнение, например, для электрического поля  $\vec{E}$  имеет комплексное решение в виде плоских монохроматических волн:

$$\vec{E}(t, \vec{r}) = \varepsilon_0 \cdot \vec{e}_p \cdot e^{i((\vec{k}, \vec{r}) - \omega t + \varphi_0)}.$$

Вещественная часть этого выражения — это вещественная плоская монохроматическая волна.

То, что это выражение является решением волнового уравнения, можно проверить путем его непосредственной подстановки в волновое уравнение.

И действительно. Чтобы проверить решение подстановкой нужно вычислить вторые производные от решения по времени и по каждой декартовой координате.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \vec{E}(t, \vec{r}) &= \frac{\partial}{\partial t} \left( \varepsilon_0 \cdot \vec{e}_p \cdot e^{i((\vec{k}, \vec{r}) - \omega t + \varphi_0)} \right) = \varepsilon_0 \cdot \vec{e}_p \cdot \frac{\partial}{\partial t} e^{i((\vec{k}, \vec{r}) - \omega t + \varphi_0)} = \\ &= \varepsilon_0 \cdot \vec{e}_p \cdot (-i\omega) \cdot e^{i((\vec{k}, \vec{r}) - \omega t + \varphi_0)} = -i\omega \cdot \vec{E}(t, \vec{r}) \quad \Rightarrow \end{aligned}$$

Для комплексной плоской монохроматической волны любой природы:

$$\frac{\partial}{\partial t} = -i\omega.$$

Тогда

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E}(t, \vec{r}) = -\omega^2 \vec{E}(t, \vec{r})$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \vec{E}(t, \vec{r}) = \varepsilon_0 \cdot \vec{e}_p \cdot \frac{\partial}{\partial x} e^{i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t + \varphi_0)} = ik_x \cdot \vec{E}(t, \vec{r}) \quad \Rightarrow$$

Для комплексной плоской монохроматической волны любой природы:

$$\frac{\partial}{\partial x} = ik_x \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2} = -k_x^2 \quad \Rightarrow \quad \Delta = -k^2$$

При подстановке в волновое уравнение и сокращении на  $\vec{E}(t, \vec{r})$  получим

$$-k^2 - \frac{1}{c^2}(-\omega^2) = 0 \quad \Rightarrow$$

$$k = \frac{\omega}{c}.$$

При этом соотношении выражение для плоской волны является решением волнового уравнения.

Обсудим величины, входящие в выражение для плоской волны:

$$\vec{E}(t, \vec{r}) = \mathcal{E}_0 \cdot \vec{e}_p \cdot e^{i((\vec{k}, \vec{r}) - \omega t + \varphi_0)}.$$

Здесь  $\mathcal{E}_0$  — вещественная амплитуда плоской волны,

$\vec{e}_p$  — единичный вектор поляризации световой волны,

$\vec{k}$  — волновой вектор,

$\omega$  — циклическая частота монохроматической волны,

$\varphi_0$  — начальная фаза волны.

Обсудим свойства плоской монохроматической волны.

Волна плоская в том смысле, что поверхность равных фаз — плоскость. И действительно, направим ось  $z$  вдоль волнового вектора  $\vec{k}$ .  $k_x = k_y = 0$ . Тогда

$$(\vec{k}, \vec{r}) = k_x x + k_y y + k_z z = k_z z = kz.$$

$$(\vec{k}, \vec{r}) - \omega t + \varphi_0 \text{ — фаза волны, тогда}$$

$(\vec{k}, \vec{r}) - \omega t + \varphi_0 = \text{const}$  — уравнение постоянной фазы или уравнение поверхности равных фаз или фазовой поверхности. В нашем случае

$$kz - \omega t + \varphi_0 = \text{const}$$

В каждый момент времени  $t$  это уравнение  $z = \text{const}$  — уравнение плоскости перпендикулярной оси  $z$ .

Уравнение поверхности равных фаз — плоскость, следовательно, волна плоская.

Найдем фазовую скорость этой волны — скорость движения поверхности равных фаз. Продифференцируем по времени уравнение поверхности равных фаз:

$$kz - \omega t + \varphi_0 = \text{const} \quad \Big| \quad \frac{d \cdot}{dt} \quad \Rightarrow$$

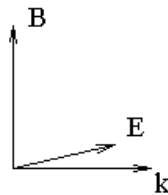
$$k \frac{dz}{dt} - \omega = 0 \quad \Rightarrow \quad V = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k} \quad \Rightarrow$$

$$V = \frac{\omega}{k} = c \text{ — фазовая скорость волны.}$$

-----  
 Для комплексной плоской монохроматической волны любой природы  $\frac{\partial}{\partial t} = -i\omega$  и  $\frac{\partial}{\partial x} = ik_x$ , откуда  $\vec{\nabla} = i\vec{k}$ . Подставим производные в таком виде в уравнения Максвелла и получим:

$$\begin{cases} \operatorname{div}(\vec{E}) = 0 \\ \operatorname{rot}(\vec{E}) = -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div}(\vec{B}) = 0 \\ \operatorname{rot}(\vec{B}) = \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (\vec{\nabla}, \vec{E}) = 0 \\ [\vec{\nabla}, \vec{E}] = -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ (\vec{\nabla}, \vec{B}) = 0 \\ [\vec{\nabla}, \vec{B}] = \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (\vec{k}, \vec{E}) = 0 \\ [\vec{k}, \vec{E}] = \frac{\omega}{c} \vec{B} \\ (\vec{k}, \vec{B}) = 0 \\ [\vec{k}, \vec{B}] = -\frac{\omega}{c} \vec{E} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{E} \perp \vec{k} \\ \vec{B} \perp \vec{E} \\ \vec{B} \perp \vec{k} \end{cases} \Rightarrow$$

Векторы  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{k}$  образуют правую тройку взаимно ортогональных векторов.



Векторы  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{k}$  взаимно ортогональны, тогда

$$[\vec{k}, \vec{E}] = \frac{\omega}{c} \vec{B} \quad \Rightarrow \quad kE = \frac{\omega}{c} B,$$

но  $k = \frac{\omega}{c}$ , тогда

$$E = B$$

для бегущей световой волны в каждый момент времени и в каждой точке пространства.

-----  
Поляризация.

Поляризация световой волны определяется значением единичного вектора поляризации  $\vec{e}_p$  в выражении комплексной плоской монохроматической световой волны

$$\vec{E}(t, \vec{r}) = \varepsilon_0 \cdot \vec{e}_p \cdot e^{i((\vec{k}, \vec{r}) - \omega t + \varphi_0)}.$$

В каждый момент времени и в каждой точке пространства

$$\vec{E} \perp \vec{k} \quad \Rightarrow \quad \vec{e}_p \perp \vec{k}.$$

Пусть волновой вектор  $\vec{k}$  направлен вдоль оси  $z$ . Тогда  $E_z = 0$ , и вектор  $\vec{E}$  имеет только проекции  $E_x$  и  $E_y$ .

Пусть, кроме того,  $E_x = 0$ . Тогда вектор  $\vec{E}$  имеет составляющую только вдоль единичного  $\vec{e}_y$  вдоль оси  $y$ . Следовательно,  $\vec{e}_p \parallel \vec{e}_y$ . Световая волна поляризована вдоль оси  $y$ . Это так называемая линейно поляризованная волна или волна с плоской поляризацией.

Кроме линейной поляризации бывает круговая или циркулярная поляризация света.

Для левой круговой поляризации в одной пространственной точке вещественная напряженность светового поля имеет вид:

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \varepsilon_0 \cdot \cos(\omega t) \\ \varepsilon_y = \varepsilon_0 \cdot \sin(\omega t) = \varepsilon_0 \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow$$

Круговая поляризация — это сумма двух линейных поляризаций со сдвигом фаз  $\frac{\pi}{2}$ .

$$\begin{cases} \vec{e}_+ \equiv \frac{\vec{e}_x + i\vec{e}_y}{\sqrt{2}} \\ \vec{e}_- \equiv \frac{\vec{e}_x - i\vec{e}_y}{\sqrt{2}} \end{cases} \text{ — единичные векторы левой и правой круговых поляризаций}$$

света.

Если сложить две линейные поляризации с произвольным фазовым сдвигом, а не со сдвигом  $\frac{\pi}{2}$ , как для круговой поляризации, то в результате будет свет с эллиптической поляризацией.

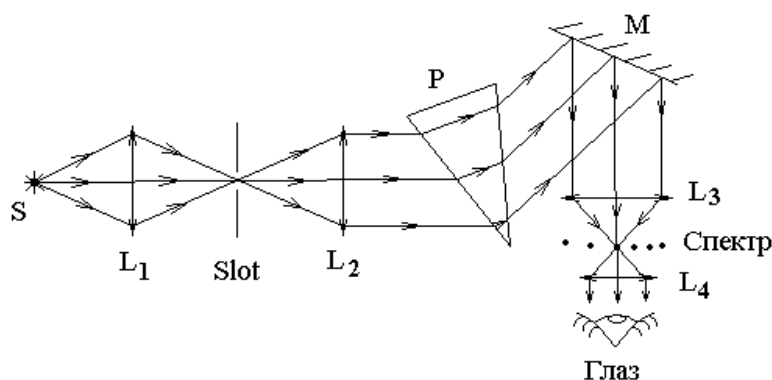
### 31. Оптические спектральные приборы (призменные, дифракционные, интерференционные).

В экзаменационных билетах этот вопрос замечен с добавлением:

#### Разрешающая способность и дисперсия.

Призменный спектрометр.

Призменный спектрометр освещается источником света  $S$ , свет которого собирается на входную щель  $Slot$  спектрометра с помощью конденсорной линзы  $L_1$ . В простейшем варианте призменный спектрометр состоит из следующих расположенных по ходу луча элементов: входная щель спектрометра, коллиматорная линза, призма, зеркало, объектив, репер, окуляр.



Положение конденсорной линзы  $L_1$  выбирают так, чтобы она собирала свет источника  $S$  (давала изображение источника) на входную щель  $Slot$  спектрометра. Положение источника  $S$  выбирают так, чтобы свет, прошедший через входную щель спектрометра, точно заполнил всю коллиматорную линзу  $L_2$ . Положение коллиматорной линзы  $L_2$  выбирают так, чтобы щель спектрометра была в ее фокальной плоскости. Тогда после коллиматорной линзы идет параллельный пучок лучей (от каждой точки входной щели). Ориентацию призмы  $P$  выбирают так, чтобы параллельный пучок внутри призмы шел примерно параллельно одной из ее граней. Показатель преломления призмы зависит от длины волны, поэтому свет с разными частотами идет внутри призмы в виде параллельных пучков в несколько различных направлениях. Зеркало  $M$  поворачивает параллельный пучок лучей той или иной частоты в направлении объектива  $L_3$ . В фокальной плоскости объектива  $L_3$  получают цветные изображения входной щели спектрометра или спектр источника света. Поворотом зеркала  $M$  можно сдвигать спектр относительно репера, расположенного в фокусе объектива. Репер расположен вдоль линий спектра и перпендикулярен плоскости рисунка. Окуляр  $L_4$  расположен так, чтобы в нем резко был виден репер. Перемещением окуляра вместе с репером добиваются того, чтобы спектр и репер были в одной плоскости.

При этом глаз, аккомодированный на бесконечность, будет резко видеть спектр и репер.

Поворот зеркала связан с поворотом барабана с делениями, по которому можно отсчитывать положение каждой линии спектра при ее совпадении с репером.

При уменьшении ширины входной щели уменьшается и ширина линий спектра. Дифракция света на коллиматорной линзе и объективе, как на круглых отверстиях не позволяет получить бесконечно узкие линии спектра и ограничивает спектральное разрешение прибора.

Ширина входной щели, при которой линии спектра перестают сужаться, называется нормальной шириной щели.

-----

Вместо призмы спектрометр может содержать дифракционную решетку.

Дифракционная решетка может работать как в отраженном свете, так и в прошедшем свете.

Обычно в спектрометре ставят отражающую дифракционную решетку, но рассмотрение решетки, работающей на пропускание, чуть проще. Такая решетка состоит из чередующихся прозрачных и непрозрачных полосок.

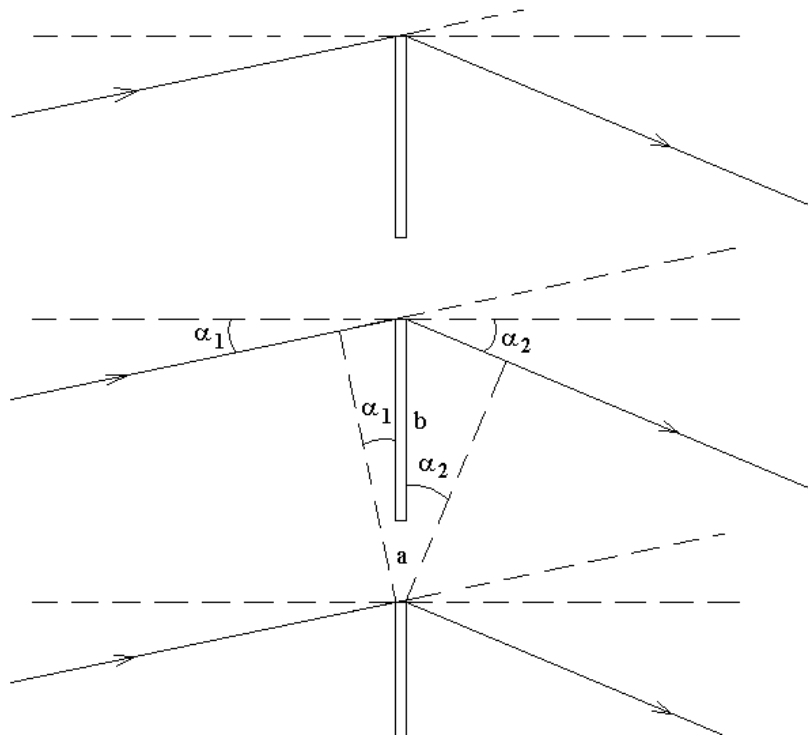
Пусть  $a$  — ширина прозрачной полоски,  $b$  — ширина непрозрачной полоски. Тогда величину  $a + b \equiv d$  — называют шагом дифракционной решетки или шириной штриха решетки.

Будем рассматривать только дифракцию Фраунгофера, когда дифракционная картина локализована на бесконечности. Будем рассматривать возможные направления падающей световой волны только перпендикулярные направлению штриха решетки.

Направление главного дифракционного максимума решетки — это направление, в котором свет от разных штрихов приходит в одинаковой фазе.

Если свет приходит в одинаковой фазе, то разность хода кратна длине волны.

$\Delta = m\lambda$ , где  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  — порядок дифракции.



Из рисунка видно, что разность хода лучей, проходящих через два соседних штриха, равна следующей величине

$$\Delta = d \cdot (\sin(\alpha_1) + \sin(\alpha_2)), \text{ где } d \text{ — шаг решетки,}$$

$\alpha_1$  — угол падения света на дифракционную решетку,

$\alpha_2$  — угол дифракции.

Положительные направления для углов  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  выбраны так, чтобы поворот луча составлял угол  $(\alpha_1 + \alpha_2)$ .

Для главного дифракционного максимума  $\Delta = m\lambda$  и, следовательно,

$$d \cdot (\sin(\alpha_1) + \sin(\alpha_2)) = m\lambda.$$

Это основное уравнение дифракционной решетки. Его можно рассматривать, как уравнение для определения угла дифракции света  $\alpha_2$  при заданных остальных параметрах.

Для каждой длины волны света  $\lambda$  основное уравнение дифракционной решетки задает свое направление дифракции  $\alpha_2$ .

Дифракционную картину, локализованную на бесконечности, обычно наблюдают в фокальной плоскости линзы. Как и для дифракции на одной щели, в данном вопросе мы считаем, что в направлении перпендикулярном рисунку ни одна физическая величина не изменяется. Тогда в фокальной плоскости линзы свет одной длины волны соберется в свою линию перпендикулярную плоскости рисунка. Эти линии образуют спектр света  $I_\omega$  или спектральную плотность интенсивности света.



Спектр света, полученный с помощью дифракционной решетки, может быть осложнен наложением друг на друга спектров разных порядков дифракции.

-----  
Разрешающая способность спектрального прибора — это разница в длинах волн  $\delta\lambda$  (или частотах  $\delta\nu$ ) двух близких спектральных линий, когда изображения этих линий в спектральном приборе почти сливаются в одну линию (находятся на пределе разрешения).

Разрешающая способность равна отношению углового разрешения к угловой дисперсии:  $\delta\lambda = \delta\alpha / \frac{d\alpha}{d\lambda}$ .

Угловая дисперсия  $\frac{d\alpha}{d\lambda}$  — это производная зависимости угла поворота света призмой или дифракционной решеткой от длины волны света  $\alpha(\lambda)$ .

Угловое разрешение  $\delta\alpha$  — это угловая ширина излучения на выходе призмы или дифракционной решетки, если на входе плоская монохроматическая световая волна. Угловая ширина определяется дифракцией на призме, как на одной щели, или на всей дифракционной решетке, как на одной щели.

$\delta\alpha = \frac{\lambda}{D}$ , где  $D$  — ширина параллельного пучка лучей на выходе призмы или дифракционной решетки. Так для дифракционной решетки  $D = D_0 \cos(\alpha_2)$ , где  $D_0$  — ширина решетки,  $\alpha_2$  — угол дифракции (угол между нормалью к плоскости решетки и направлением лучей на выходе из решетки); и  $\delta\alpha = \frac{\lambda}{D_0 \cos(\alpha_2)} = \frac{\lambda}{Nd \cdot \cos(\alpha_2)}$ , где  $N$  — число штрихов решетки,  $d$  — шаг решетки или расстояние между центрами соседних штрихов решетки.

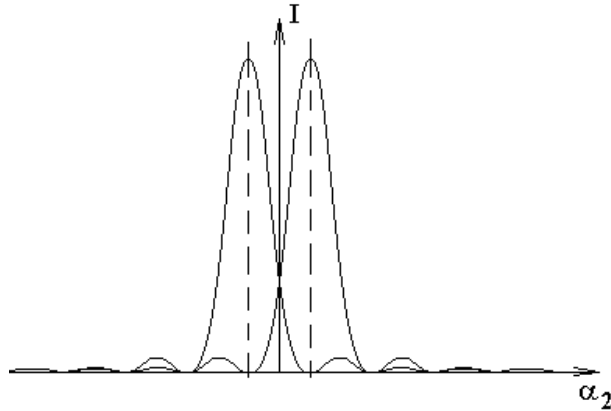
Подробнее рассмотрим разрешающую способность дифракционной решетки.

Пусть в спектре света, падающего на решетку, есть две близкие спектральные линии. В каких случаях дифракционная решетка позволяет определить, что линии две, а в каких не позволяет?

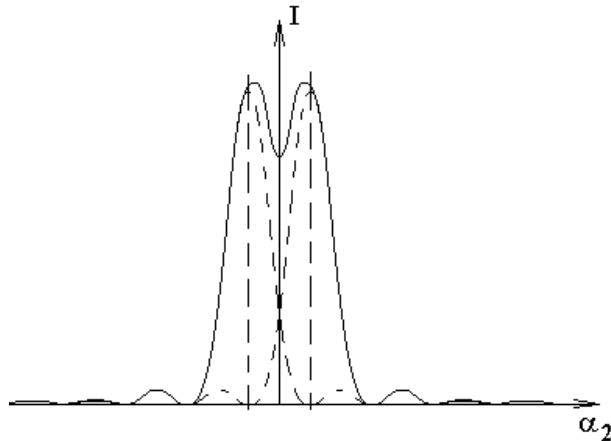
По критерию Рэля спектральные линии находятся на пороге разрешения, если главный дифракционный максимум одной спектральной линии совпадает с нулем интенсивности другой.

Имеется в виду ноль интенсивности соседний с главным дифракционным максимумом, и подразумевается, что интенсивности двух спектральных линий равны.

Рассмотрим два графика зависимости интенсивности света от угла дифракции  $\alpha_2$  для каждой из двух спектральных линий.



Если спектральные линии близки, то нет возможности различить, где свет одной линии, а где — другой. Регистрируется только суммарная интенсивность двух спектральных линий. На пороге разрешения по критерию Рэля контур суммарной интенсивности имеет в центре примерно 20%-ый провал.



Провал суммарного контура интенсивности в 20% — второе определение критерия Рэля для предела спектрального разрешения.

Эти два определения критерия Рэля для разрешающей способности оптических приборов справедливы не только для дифракционных решеток, но и для других спектральных приборов. Если зависимость интенсивности после максимума не опускается до нуля, то пользуются вторым определением критерия Рэля для разрешающей способности оптического прибора.

Рассмотрим основное равенство дифракционной решетки

$d \cdot (\sin(\alpha_1) + \sin(\alpha_2)) = m\lambda$ , где  $m$  — целое число — порядок дифракции,  $d$  — шаг решетки или расстояние между центрами соседних штрихов решетки,  $\alpha_1$  — угол падения света на решетку (угол между падающим лучом и нормалью к плоскости решетки).

Продифференцируем это равенство, считая, что угол дифракции  $\alpha_2$  — функция длины волны  $\lambda$ , и получим

$d \cdot \cos(\alpha_2) \cdot \delta\alpha_2 = m \cdot \delta\lambda$ , где  $\delta\alpha_2$  и  $\delta\lambda$  — дифференциалы.

Подставим в получившееся равенство выражение для угловой ширины главного дифракционного максимума  $\delta\alpha_2 = \frac{\lambda}{N d \cdot \cos(\alpha_2)}$  дифракционной решетки и получим

$$d \cdot \cos(\alpha_2) \cdot \frac{\lambda}{N d \cdot \cos(\alpha_2)} = m \cdot \delta\lambda.$$

Отсюда можно выразить отношение  $\frac{\delta\lambda}{\lambda}$ :

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{mN}.$$

Этому изменению  $\delta\lambda$  длины волны  $\lambda$  соответствует такое изменение угла дифракции  $\alpha_2$ , которое для одной длины волны соответствует изменению интенсивности дифрагированной волны от главного дифракционного максимума до ближайшего нуля. По критерию Рэля это изменение длины волны равно спектральному разрешению решетки.

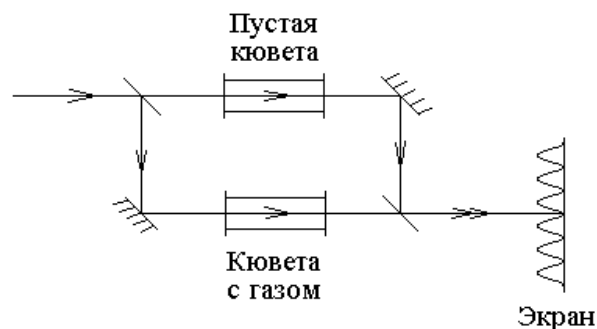
В результате получаем, что относительное спектральное разрешение дифракционной решетки

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = \frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{mN},$$

где  $m$  — порядок дифракции,  $N$  — общее число штрихов решетки.

-----  
 Дисперсия света — это зависимость показателя преломления среды от частоты света. Эту зависимость удобно исследовать с помощью спектрального прибора — интерферометра.

Рассмотрим оптическую схему применения интерферометра Рождественского, как пример интерференционного спектрального прибора.



При неточной юстировке зеркал интерферометра на экране наблюдаются интерференционные полосы с шириной  $d = \frac{\lambda}{\alpha}$ , где  $\alpha$  — угол между интерферирующими лучами на экране.

В одну из кювет интерферометра напускают исследуемый газ. По мере изменения давления газа в кювете интерференционные полосы сдвигаются по экрану. Полосы сдвигаются на ширину одной полосы при изменении оптической разности хода интерферирующих лучей на  $\lambda$ .

$$m\lambda = l \cdot (n - 1)$$

Здесь  $m$  — число полос, на которое сдвинулась интерференционная картина;  $\lambda$  — длина волны света;  $l$  — геометрическая длина каждой кюветы;  $n$  — показатель преломления исследуемой среды.

Уравнение  $m\lambda = l \cdot (n - 1)$  позволяет исследовать зависимость показателя преломления среды  $n$  от длины волны света  $\lambda$  при разных давлениях газа.

В отношении к спектральным приборам дисперсия представляет интерес, как дисперсия призмы призмного спектрометра. Благодаря дисперсии призма разлагает свет в спектр.

-----

Другим примером интерференционного спектрального прибора является интерферометр Фабри-Перо. В интерферометре Фабри-Перо наблюдается многолучевая интерференция.

Интерферометр Фабри-Перо — это лазер без усиливающей свет среды, когда остаются только два зеркала.

Зеркала в общем случае сферические, но мы рассмотрим только простейший интерферометр Фабри-Перо с двумя плоскими зеркалами и рассмотрим его очень коротко.

Пусть снаружи на интерферометр нормально падает плоская монохроматическая волна света. Каждое из зеркал имеет высокий амплитудный коэффициент отражения  $r_1$  и  $r_2$  и небольшой амплитудный коэффициент пропускания  $\tau_1$  и  $\tau_2$ . Расстояние  $L$  между зеркалами заполнено средой с показателем преломления  $n$ .

Рассмотрим амплитуду световой волны, проходящей через интерферометр. Световая волна будет многократно проходить пространство между зеркалами, каждый раз отражаясь от одного из двух зеркал. Каждый раз волна, падающая на зеркало, будет частично проходить сквозь него. Амплитуда волны на выходе из интерферометра  $E_{0_{вых}}$  представляет собой бесконечный ряд амплитуд вышедших сквозь только второе зеркало световых волн:

$$E_{0_{вых}} = E_{0_{вх}} \tau_1 e^{i2\pi \frac{\Delta}{\lambda}} \tau_2 + E_{0_{вх}} \tau_1 e^{i2\pi \frac{\Delta}{\lambda}} r_2 e^{i2\pi \frac{\Delta}{\lambda}} r_1 e^{i2\pi \frac{\Delta}{\lambda}} \tau_2 +$$

$$+E_{0_{\text{ex}}} \tau_1 e^{i2\pi \frac{\Delta}{\lambda} r_2} e^{i2\pi \frac{\Delta}{\lambda} r_1} e^{i2\pi \frac{\Delta}{\lambda} r_2} e^{i2\pi \frac{\Delta}{\lambda} r_1} e^{i2\pi \frac{\Delta}{\lambda} r_2} + \dots$$

здесь  $E_{0_{\text{ex}}}$  — амплитуда падающей на интерферометр волны;  $E_{0_{\text{ex}}} \tau_1 e^{i2\pi \frac{\Delta}{\lambda} r_2}$  — амплитуда волны, прошедшей интерферометр без отражений;  $\Delta = nL$  — оптическая длина пути между зеркалами.

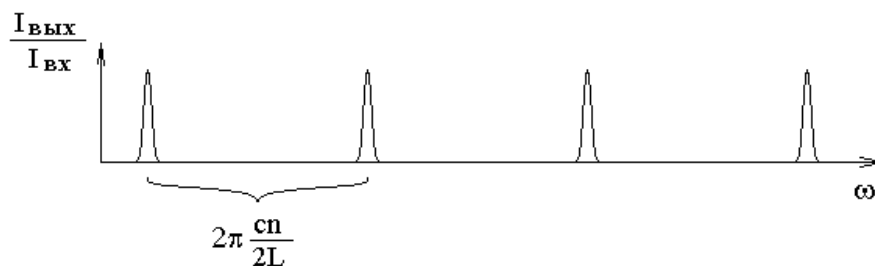
Ряд представляет собой геометрическую прогрессию и легко суммируется:

$$E_{0_{\text{вых}}} = \frac{E_{0_{\text{ex}}} \tau_1 e^{i2\pi \frac{\Delta}{\lambda} r_2}}{1 - r_1 r_2 e^{4\pi i \frac{\Delta}{\lambda}}}$$

Интенсивность пропорциональна квадрату модуля комплексной амплитуды:

$$I_{\text{вых}} = I_{\text{ex}} \left| \frac{\tau_1 \tau_2}{1 - r_1 r_2 e^{4\pi i \frac{\Delta}{\lambda}}} \right|^2$$

График этой зависимости имеет следующий вид:



Чем выше коэффициенты отражения зеркал, тем уже частотные пики пропускания света. В лазере потери зеркал на пропускание компенсируются усилением лазерной среды, и пики становятся бесконечно узкими — это продольные моды излучения лазера.

Заметим, что, если угол  $\alpha$  падения света на интерферометр отличен от нуля, то оптическая разность хода волны, которая не отражается от зеркал, и волны, которая отражается от каждого из зеркал по одному разу, равна  $2\Delta = 2nL \cdot \cos(\alpha)$ , как и при отражении света от плоскопараллельной пластинки, а не  $\frac{2nL}{\cos(\alpha)}$ , как могло бы показаться.