Постоянное магнитное поле.
Факультатив. Магнитные полюса и направление магнитного поля. Магнитные заряды.

1. Назовем северным полюсом магнитной стрелки конец, который показывает на север.

2. Северный полюс одного магнита притягивается к южному полюсу другого.

3. На северном полюсе Земли находится южный магнитный полюс.

4. Направлением магнитного поля будем называть направление северного конца незакрепленной магнитной стрелки.

5. Линии магнитного поля идут к северному географическому полюсу Земли от южного географического полюса Земли.

6. Магнитных зарядов нет.

7. Полюс, из которого выходят линии магнитного поля, можно считать положительным магнитным зарядом. На северном магнитном полюсе Земли находятся положительные магнитные заряды. На северном магнитном полюсе любого магнита находятся положительные магнитные заряды.

Экзамен. Закон Ампера и сила Ампера.

$d\vec{F} = \frac{I}{c} \cdot \left[d\vec{l}, \vec{B} \right]$ — сила Ампера, действующая на элемент тока $I \cdot d\vec{l}$.

В системе СИ: $d\vec{F} = I \cdot \left[d\vec{l}, \vec{B} \right] = \mu_0 I \cdot \left[d\vec{l}, \vec{H} \right]$.

$\vec{B}$ — магнитная индукция или просто магнитное поле.

Усредненное микроскопическое магнитное поле среды называют магнитным полем $\vec{B}$ в среде. В этом смысле $\vec{B}$ — истинное магнитное поле.

$\vec{H}$ — напряженность магнитного поля — вспомогательная величина, которая будет введена в рассмотрение позднее.

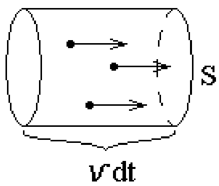
В вакууме: $\vec{B} = \vec{H}$.

В СИ: $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$.

Факультатив. $\frac{1}{c}$.

При рассмотрении магнитных полей в системе СГС Гаусса сила тока I, плотность тока $\vec{j}$, плотность поверхностного тока $\vec{i}$ всегда входят в формулы с коэффициентом $\frac{1}{c}$**.** Причина этого в том, что ток пропорционален скорости движения зарядов.

Рассмотрим объем $dV_0 = v dt \cdot S$, где v — скорость движения зарядов.



$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{q \cdot dN}{dt} = \frac{q \cdot n \cdot dV_0}{dt}$, здесь n — концентрация зарядов, q — величина каждого заряда.

$I = \frac{q \cdot n \cdot dV_0}{dt} = \frac{qn \cdot V dt \cdot S}{dt} = nqVS$ => $j = \frac{I}{S} = nqV$ =>

$\vec{j} = nq\left\langle \vec{V} \right\rangle$,

где $\vec{j}$ — плотность тока, n — концентрация зарядов, q — величина каждого заряда, $\left\langle \vec{V} \right\rangle$ — средняя скорость зарядов.

Любой физический эффект, пропорциональный току пропорционален и скорости зарядов.

$\frac{V}{c}$ — безразмерная скорость, поэтому в формулах с токами появляется коэффициент $\frac{1}{c}$.

Кроме того, магнитные эффекты могут быть объяснены, как релятивистские поправки к электрическим эффектам.

<u>Факультатив. Элемент тока.</u>

Получим различные выражения для элемента тока $Id\vec{l}$.

1). $j = \frac{dI}{dS_\perp}$ => $dI = j\,dS_\perp$. Подставим это выражение для тока в

$Id\vec{l} = j\,dS_\perp d\vec{l} = \vec{j}\,dS_\perp dl = \vec{j}\,dV$.

2). $i = \frac{dI}{dl_\perp}$ => $dI = i\,dl_\perp$. Подставим это выражение для тока в

$Id\vec{l} = Id\vec{l}_{||} = i\,dl_\perp d\vec{l}_{||} = \vec{i}\,dl_\perp dl_{||} = \vec{i}\,dS$.

3). $Id\vec{l} = \frac{dQ}{dt}d\vec{l} = \frac{d\vec{l}}{dt}dQ$. Рассмотрим какой-то определенный промежуток времени dt. Ему соответствует определенный заряд $dQ = Idt$. Рассмотрим теперь длину элемента тока такую, что $dl = Vdt$, где V — дрейфовая скорость зарядов в токе. Тогда элемент тока $Id\vec{l} = \vec{V}dQ$, где $\vec{V}$ — скорость движения заряда dQ. Переобозначим dQ за q. Тогда элемент тока равен $q\vec{V}$.

Объединяя разные выражения для элемента тока, получим

$Id\vec{l} \leftrightarrow \vec{j}\,dV \leftrightarrow \vec{i}\,dS \leftrightarrow q\vec{v}$ — элемент тока в разных формах.

Вернемся к рассмотрению силы Ампера, которая пропорциональна элементу тока.

$$d\vec{F} = \frac{I}{c}\left[d\vec{l},\vec{B}\right] \quad =>$$

Другие формы силы Ампера:

$$d\vec{F} = \frac{1}{c}\left[\vec{j},\vec{B}\right]dV \quad => \quad d\vec{F} = \frac{1}{c}\left[\vec{i},\vec{B}\right]dS \quad =>$$

$\vec{F} = \frac{q}{c}\left[\vec{v},\vec{B}\right]$ — сила Лоренца.

Строго говоря, выражение для силы Лоренца не следует из закона Ампера, так как в законе Ампера рассматриваются силы, действующие на постоянные токи. Однако, как показывает опыт, выражение для силы, действующей на движущийся заряд, именно такое.

Иногда силу Лоренца определяют иначе: $\vec{F} = q\vec{E} + \frac{q}{c}\left[\vec{v},\vec{B}\right]$, но мы будем называть силой Лоренца только второе слагаемое: $\vec{F}_{Л} = \frac{q}{c}\left[\vec{v},\vec{B}\right]$.

В системе СИ: $\vec{F} = q\left[\vec{v},\vec{B}\right] = \mu_0 q\left[\vec{v},\vec{H}\right]$

Экзамен. Закон Био — Савара (— Лапласа).

$d\vec{B} = \frac{I}{c}\cdot\frac{\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{r^3}$ — поле элемента тока $Id\vec{l}$, где $\vec{r}$ — вектор, направленный из элемента тока в точку наблюдения.

Другие формы закона Био — Савара:

$$d\vec{B} = \frac{1}{c}\cdot\frac{\left[\vec{j},\vec{r}\right]}{r^3}dV$$

$$d\vec{B} = \frac{1}{c}\cdot\frac{\left[\vec{i},\vec{r}\right]}{r^3}dS$$

$\vec{B} = \frac{q}{c}\cdot\frac{\left[\vec{v},\vec{r}\right]}{r^3}$ — магнитное поле заряда q, движущегося с постоянной скоростью $\vec{v}$.

Строго говоря, формула для магнитного поля движущегося заряда не следует из закона Био — Савара, так как закон Био — Савара относится только к постоянным токам. Однако, как показывает опыт, магнитное поле движущегося заряда именно такое.

В системе СИ: $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}I\cdot\frac{\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{r^3}$, $\quad d\vec{H} = \frac{1}{4\pi}I\cdot\frac{\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{r^3}$

<u>Факультатив. Формула для расчета магнитного поля B в плоской задаче.</u>

Плоская задача — все токи и точка наблюдения поля $\vec{B}$ находятся в одной плоскости. В таком случае в плоскости задачи находятся векторы $d\vec{l}$ и $\vec{r}$ в законе Био-Савара $d\vec{B} = \frac{I}{c} \cdot \frac{\left[d\vec{l}, \vec{r}\right]}{r^3}$. Вектор $d\vec{B}$ перпендикулярен плоскости задачи, как векторное произведение двух векторов в этой плоскости.

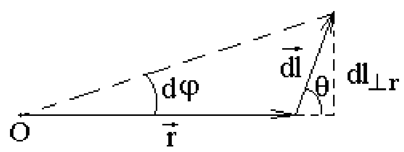
Следовательно, все вклады $d\vec{B}$ в магнитное поле параллельны друг другу, и их можно складывать, как числа, а не как векторы.

В формуле для магнитного поля $d\vec{B} = \frac{I}{c} \cdot \frac{\left[d\vec{l}, \vec{r}\right]}{r^3}$ заменим $\vec{r} \to -\vec{r}$. Тогда новый вектор $\vec{r}$ направлен из точки наблюдения к элементу тока, $\vec{r}$ — радиус-вектор элемента тока, если считать, что начало координат расположено в точке наблюдения магнитного поля.

Для нового $\vec{r}$: $\quad d\vec{B} = \frac{I}{c} \cdot \frac{\left[\vec{r}, d\vec{l}\right]}{r^3}$. =>

$$dB = \frac{I}{c} \cdot \frac{r \cdot dl \cdot \sin(\theta)}{r^3} = \frac{I}{c} \cdot \frac{dl \cdot \sin(\theta)}{r^2}.$$

Здесь θ — угол между векторами $\vec{r}$ и $d\vec{l}$. Пусть O — точка наблюдения магнитного поля, тогда



Отрезок $dl_{\perp r}$ можно выразить двумя способами. С одной стороны

$$dl_{\perp r} = dl \cdot \sin(\theta),$$

а с другой стороны

$$dl_{\perp r} = r \cdot d\varphi.$$

Тогда

$$dl \cdot \sin(\theta) = r \cdot d\varphi$$

Подставим это в выражение $dB = \frac{I}{c} \cdot \frac{dl \cdot \sin(\theta)}{r^2}$ и получим

$$dB = \frac{I}{c} \cdot \frac{d\varphi}{r},$$

где $d\varphi$ — угол, под которым элемент тока виден из точки наблюдения; r — расстояние от точки наблюдения до элемента тока; dB — вклад элемента тока в магнитное поле в точке наблюдения.

Эта формула полезна для решения задач.

Факультатив. Магнитное поле в центре кругового витка с током.

Все токи и точка наблюдения находятся в одной плоскости. Тогда

$$dB = \frac{I}{c} \cdot \frac{d\varphi}{r} \qquad =>$$

$$B = \oint_l dB = \oint_l \frac{I}{cr} d\varphi = \frac{I}{cr} \cdot \oint_l d\varphi = \frac{I}{cr} \cdot 2\pi = \frac{2\pi I}{cr} \qquad =>$$

$$B = \frac{2\pi I}{cr}$$

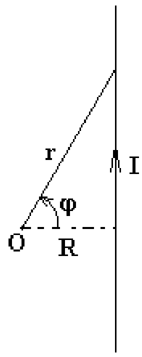
В системе СИ: $\frac{1}{c} \to \frac{\mu_0}{4\pi}$ $\qquad =>$ $\qquad B = \frac{\mu_0 I}{2r}$.

Экзамен. Магнитное поле прямого провода с током.

Рассмотрим прямой провод с током и одну точку наблюдения магнитного поля. Через прямую и точку вне нее проходит плоскость. Следовательно, задача плоская и можно воспользоваться формулой

$$dB = \frac{I}{c} \cdot \frac{d\varphi}{r}.$$

На экзамене этой формулой можно воспользоваться, как исходной.



$$\frac{R}{r} = \cos(\varphi) \qquad => \qquad \frac{1}{r} = \frac{\cos(\varphi)}{R}$$

Подставим это выражение для $\frac{1}{r}$ в выражение $dB = \frac{I}{c} \cdot \frac{d\varphi}{r}$ и получим

$$dB = \frac{I}{c} \cdot \frac{\cos(\varphi)}{R} \cdot d\varphi \qquad =>$$

$$B = \int dB = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{I}{c} \cdot \frac{\cos(\varphi)}{R} \cdot d\varphi = \frac{I}{cR} \cdot \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos(\varphi) \cdot d\varphi = \frac{2I}{cR} \quad => \qquad B = \frac{2I}{cR}$$

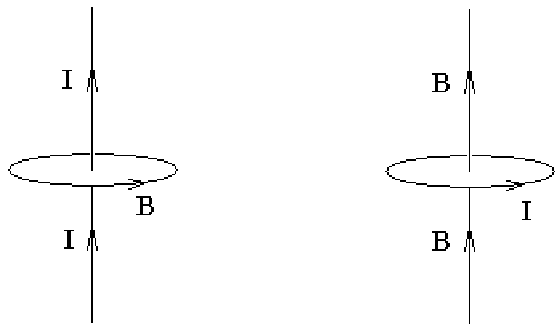
Переобозначим $R \to r$ и получим

$B = \frac{2I}{cr}$, где r — расстояние от провода с током до точки наблюдения.

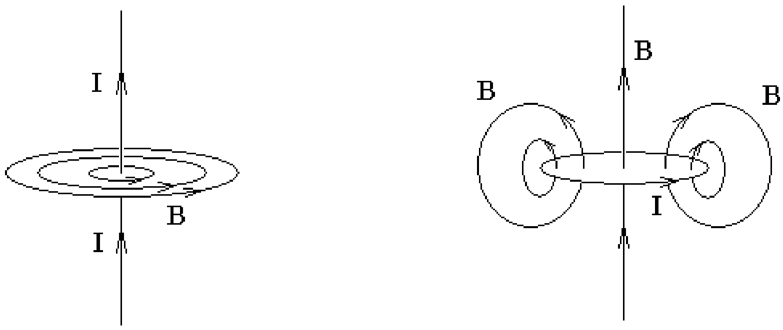
Факультатив. Правило правого винта.

Ток и магнитное поле образуют правый винт.

Магнитное поле направлено вокруг тока по правилу правого винта, и ток направлен вокруг магнитного поля по правилу правого винта.

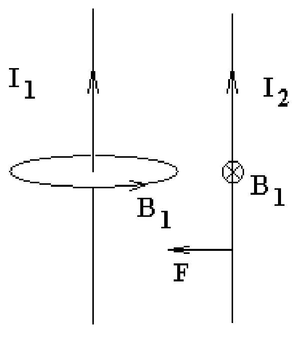


Если нарисовать больше линий поля $\vec{B}$, то картины перестанут быть так похожи.



Факультатив. Взаимодействие параллельных и антипараллельных токов.

Рассмотрим параллельные токи I_1 и I_2.



Параллельные токи притягиваются, антипараллельные — отталкиваются.

$B_1 = \dfrac{2I_1}{cr}$ $\qquad d\vec{F} = \dfrac{I_2}{c} \cdot \left[d\vec{l}, \vec{B}_1 \right]$ $\qquad$ =>

$\dfrac{dF}{dl} = \dfrac{2I_1 I_2}{c^2 r}$ — сила, действующая на единицу длины параллельных токов.

В системе СИ: $\dfrac{dF}{dl} = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \cdot \dfrac{2I_1 I_2}{r}$.

Параллельные токи притягиваются. Громоотвод из металлической трубки схлопывается в сплошной прут при попадании молнии. Токонесущие провода электропоезда брякают друг о друга при старте поезда.

Факультатив. Магнитные силы, как релятивистский эффект электрических сил.

Рассмотрим два параллельных тока.

Объясним притяжение токов без привлечения магнитного поля.

Положительные ионы двух параллельных проводников неподвижны. Пусть все электроны этих проводников движутся с одной и той же скоростью вдоль проводников.

Для начала заметим, что в исходной системе отсчета в системе отсчета положительных ионов проводники не заряжены, а в системе отсчета электронов проводники заряжены.

И действительно, движущийся предмет сжимается в направлении движения.

Тогда при переходе в систему отсчета электронов расстояния между электронами вдоль проводника увеличиваются, а расстояния между положительными ионами уменьшаются.

При этом концентрация электронов уменьшается, а концентрация положительных ионов возрастает. В системе отсчета электронов проводники оказываются положительно заряженными.

Вы думаете, что положительно заряженные проводники отталкиваются? Не тут-то было!

Чтобы обойтись без рассмотрения магнитного поля нужно рассматривать силу, действующую на каждый заряд в той системе отсчета, где сила Лоренца отсутствует:

$$\vec{V} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \vec{F} = \frac{q}{c} \cdot \left[\vec{V}, \vec{B}\right] = 0.$$

Следовательно, нужно рассматривать силу на каждый заряд там, где скорость заряда равна нулю.

Силу, действующую на положительные ионы нужно рассматривать там, где ионы покоятся, и проводники не заряжены. Там сила равна нулю.

Силу на электроны нужно рассматривать там, где покоятся электроны, и где проводники положительно заряжены. Там сила, действующая на электроны, притягивает проводники друг к другу.

Это и есть притяжение проводников с параллельными токами.

Факультатив. Взаимодействие токов и 3-ий закон Ньютона.

Рассмотрим два элемента тока, перпендикулярные друг другу: $I_1 d\vec{l}_1 \perp I_2 d\vec{l}_2$.

Покажем, что силы взаимодействия этих элементов тока не удовлетворяют третьему закону Ньютона: $d\vec{F}_{1\to 2} \neq -d\vec{F}_{2\to 1}$.

$$\begin{cases} d\vec{F}_{1\to 2} = \dfrac{I_2}{c} \cdot \left[d\vec{l}_2, d\vec{B}_{1\to 2} \right] \\ d\vec{B} = \dfrac{I}{c} \cdot \dfrac{\left[d\vec{l}, \vec{r} \right]}{r^3} \end{cases} \quad =>$$

$$d\vec{F}_{1\to 2} = \frac{I_2}{c} \cdot \left[d\vec{l}_2, \frac{I_1}{c} \cdot \frac{\left[d\vec{l}_1, \vec{r}_{1\to 2} \right]}{r_{1\to 2}^3} \right] = \frac{I_1 I_2}{c^2 r_{12}^3} \cdot \left[d\vec{l}_2, \left[d\vec{l}_1, \vec{r}_{12} \right] \right] =$$

$$= \frac{I_1 I_2}{c^2 r_{12}^3} \left\{ d\vec{l}_1 \left(d\vec{l}_2, \vec{r}_{12} \right) - \vec{r}_{12} \left(d\vec{l}_2, d\vec{l}_1 \right) \right\}$$

Но мы выбрали $d\vec{l}_2 \perp d\vec{l}_1$ => $\left(d\vec{l}_2, d\vec{l}_1 \right) = 0$ =>

$$d\vec{F}_{1\to 2} = \frac{I_1 I_2}{c^2 r_{12}^3} d\vec{l}_1 \left(d\vec{l}_2, \vec{r}_{12} \right) \quad => \quad d\vec{F}_{1\to 2} \parallel d\vec{l}_1$$

Аналогично $d\vec{F}_{2\to 1} \parallel d\vec{l}_2$. Тогда

$$\begin{cases} d\vec{F}_{1\to 2} \parallel d\vec{l}_1 \\ d\vec{F}_{2\to 1} \parallel d\vec{l}_2 \\ d\vec{l}_2 \perp d\vec{l}_1 \end{cases} \quad => \quad d\vec{F}_{1\to 2} \perp d\vec{F}_{2\to 1} \quad => \quad d\vec{F}_{1\to 2} \neq -d\vec{F}_{2\to 1},$$

что и требовалось доказать.

Если просуммировать силы, действующие на все элементы замкнутого контура с током, то выясняется, что для замкнутых токов $\vec{F}_{1\to 2} = -\vec{F}_{2\to 1}$, но парадокс не исчерпан, так как для пары точечных зарядов, движущихся с разными скоростями $\vec{F}_{1\to 2} \neq -\vec{F}_{2\to 1}$.

Дело в том, что когда точечные заряды пролетают друг относительно друга, возникает электромагнитное излучение, которое уносит энергию и импульс. Без учета этого импульса закон сохранения импульса несправедлив.

Закон сохранения импульса тесно связан с третьим законом Ньютона, поэтому для пары точечных зарядов, движущихся с разными скоростями, не справедлив третий закон Ньютона.

Факультатив. Формула для одной из составляющих магнитного поля поверхностного тока.

$$\begin{cases} d\vec{B} = \dfrac{I}{c} \cdot \dfrac{\left[d\vec{l}, \vec{r} \right]}{r^3} \\ I d\vec{l} \to \vec{i} dS \end{cases} \quad => \quad d\vec{B} = \frac{1}{c} \cdot \frac{\left[\vec{i}, \vec{r} \right]}{r^3} \cdot dS$$ — закон Био — Савара

для поверхностного тока, где $i = \dfrac{dI}{dl_{\perp}}$ — плотность поверхностного тока.

Заменим $\vec{r} \to -\vec{r}$, тогда новый вектор $\vec{r}$ — радиус-вектор элемента тока, если начало координат выбрать в точке наблюдения магнитного поля. Тогда

$$d\vec{B} = \frac{1}{c} \cdot \frac{\left[\vec{r}, \vec{i}\,\right]}{r^3} \cdot dS$$

Найдем составляющую магнитного поля $B_\perp$ такую, что

$\begin{cases} dB_\perp \perp \vec{i} \\ dB_\perp \perp \vec{n} \end{cases}$, где $\vec{n}$ — нормаль к поверхности, по которой течет ток.