Экзамен. Уравнение непрерывности или уравнение неразрывности.

Это уравнение следует из закона сохранения заряда.

Рассмотрим силу тока, вытекающего через границу S объема V:

$$\frac{dQ_0}{dt} = I = \oint_S dI = \oint_S \left(\vec{j}, d\vec{S}\right).$$

Здесь Q_0 — заряд, который вытекает. Если рассматривать вместо него заряд, который остается в объеме, то производная от заряда по времени поменяет знак. Тогда

$\oint_S \left(\vec{j}, d\vec{S}\right) + \frac{\partial Q}{\partial t} = 0$ — уравнение непрерывности или уравнение неразрывности в интегральной форме. Здесь Q — заряд внутри замкнутой поверхности S, частная производная по времени подчеркивает неизменность пространственных координат при дифференцировании по времени.

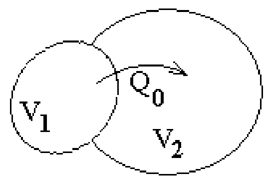
Разделим это равенство на объем, ограниченный поверхностью S и устремим объем к нулю. Тогда получим

$div\left(\vec{j}\right) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ — уравнение непрерывности или уравнение неразрывности в дифференциальной форме.

Факультативная вставка.

Как было отмечено выше, если рассматривать вместо вытекающего из объема V_1 заряда заряд, который остается в объеме, то производная от заряда по времени поменяет знак. Этот результат связан с законом сохранения заряда. Обсудим эту связь подробнее.

Обозначим область, в которую вытекают заряды, как объем V_2.



За границы объема $V_1 + V_2$ заряды не вытекают. Следовательно, по закону сохранения заряда в объеме $V_1 + V_2$ заряд сохраняется.

Если Q_1 и Q_2 заряды в объемах 1 и 2, то закон сохранения заряда:

$$Q_1 + Q_2 = const \quad => \quad d\left(Q_1 + Q_2\right) = 0 \quad => \quad \frac{dQ_1}{dt} = -\frac{dQ_2}{dt},$$

где $Q_0 = \Delta Q_2$ — заряд, который вытекает через границу S_1 объема V_1.

$$\frac{dQ_1}{dt} = -\frac{dQ_2}{dt} = -\oint_S \left(\vec{j}, d\vec{S}\right) \quad =>$$

$$\oint_S \left(\vec{j}, d\vec{S}\right) + \frac{dQ_1}{dt} = 0$$

Теперь в этом выражении можно опустить индекс 1. Тогда

$\oint\limits_S \left(\vec{j}, d\vec{S}\right) + \dfrac{\partial Q}{\partial t} = 0$ — уравнение непрерывности или уравнение неразрывности в интегральной форме. Здесь Q — заряд внутри замкнутой поверхности S.

Конец факультативной вставки.

Уравнение непрерывности или уравнение неразрывности в дифференциальной форме:

$$div\left(\vec{j}\right) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0.$$

Для постоянных токов $\dfrac{\partial \rho}{\partial t} = 0$. Предполагается, что постоянные токи текли сколь угодно долго, тогда из $\dfrac{\partial \rho}{\partial t} \neq 0$ следует, что плотность заряда, изменяясь линейно во времени, достигает сколь угодно большой величины. Если не рассматривать бесконечные плотности заряда, то нужно считать, что $\dfrac{\partial \rho}{\partial t} = 0$. Тогда из уравнения неразрывности для постоянных токов получаем

$$div\left(\vec{j}\right) = 0$$

Для постоянных токов в интегральной форме получаем $\Phi_j = 0$ — поток плотности тока через замкнутую поверхность равен нулю. Сколько линий плотности тока втекает в объем, столько и вытекает. Поток плотности тока через любую поверхность — это сила тока через эту поверхность.

Линии плотности постоянных токов нигде не начинаются и нигде не заканчиваются. Линии плотности постоянных токов замкнуты.

Факультативная вставка.

$\dfrac{\partial \rho}{\partial t} + div\left(\rho \vec{V}\right) = 0$ — уравнение неразрывности сжимаемой жидкости, где ρ — плотность жидкости.

Конец факультативной вставки.

Экзамен. Закон Ома.

$I \sim U$ — закон Ома. Сила тока через поперечное сечение проводника пропорциональна напряжению, приложенному к его торцам.

$U = RI$ — определение сопротивления проводника R.

Закон Ома выполняется не всегда, например, не выполняется для полупроводникового диода.

Факультативная вставка.

Для диода в направлении отпирания диода с хорошей точностью выполняется следующая связь между током I и напряжением U:

$$I = I_0(T) \cdot \left(\exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1\right),$$

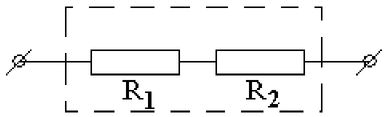
где T — абсолютная температура, k — постоянная Больцмана, e — модуль заряда электрона.

Интересно, что зависимость $I_0(T)$ такова, что при постоянном токе через диод и изменении температуры диода напряжение на диоде приблизительно обратно пропорционально абсолютной температуре $U \sim \frac{1}{T}$.

Конец факультативной вставки.

Экзамен. Последовательное и параллельное соединение проводников.

Рассмотрим черный ящик, в котором последовательно соединены два резистора с сопротивлениями R_1 и R_2. Пусть мы не знаем, что внутри два резистора, и думаем, что резистор один. Измеряя напряжение и ток в схеме можно определить величину сопротивления этого резистора.



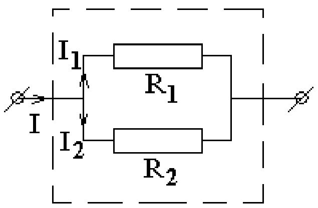
$$\begin{cases} I_1 = I_2 = I \\ U = U_1 + U_2 \end{cases} \quad => \quad R = \frac{U}{I} = \frac{U_1 + U_2}{I} = \frac{U_1}{I} + \frac{U_2}{I} = R_1 + R_2 \quad =>$$

$$R = R_1 + R_2$$

Аналогично для большего числа последовательно соединенных резисторов:

$R = \sum_i R_i$ — при последовательном соединении резисторов их сопротивления складываются.

Рассмотрим теперь черный ящик, в котором два резистора соединены параллельно:



$$\begin{cases} U = U_1 = U_2 \\ I = I_1 + I_2 \end{cases} \quad => \quad \frac{1}{R} = \frac{I}{U} = \frac{I_1 + I_2}{U} = \frac{I_1}{U} + \frac{I_2}{U} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad =>$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Аналогично для большего числа параллельно соединенных резисторов:

$\frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i}$ — при параллельном соединении резисторов их проводимости складываются.

Проводимость — величина обратная сопротивлению.

Экзамен. Удельное сопротивление и удельная проводимость.

Рассмотрим длинный цилиндрический проводник, к торцам которого приложено электрическое напряжение. По проводнику течет ток.

Теперь соединим последовательно два таких проводника. Сопротивление удвоится, так как при последовательном соединении резисторов сопротивления складываются. Длина проводника тоже удвоится. Если последовательно соединить три проводника, то сопротивление и длина утроятся и так далее.

Следовательно, сопротивление цилиндра пропорционально его длине:

$$R \sim l.$$

Рассмотрим такой короткий цилиндрический проводник с прямоугольным поперечным сечением, что длина проводника гораздо меньше сторон прямоугольника поперечного сечения. К торцам цилиндра приложим электрическое напряжение. По проводнику потечет ток.

Если мы соединим параллельно два таких проводника, то проводимость удвоится, так как при параллельном соединении резисторов проводимости складываются. Площадь поперечного сечения проводника тоже удвоится. Если параллельно соединить три проводника, то проводимость и площадь поперечного сечения утроятся и так далее.

Следовательно, проводимость цилиндра пропорциональна площади его поперечного сечения:

$$\frac{1}{R} \sim S \qquad => \qquad R \sim \frac{1}{S}.$$

$$\begin{cases} R \sim l \\ R \sim \dfrac{1}{S} \end{cases} \qquad => \qquad R \sim \frac{l}{S}.$$

Равенство $R = \rho \dfrac{l}{S}$ является определением удельного сопротивления ρ. Здесь R — сопротивление проводника, l — длина проводника, S — площадь поперечного сечения проводника.

Величина удельного сопротивления не зависит от размеров и формы проводника, а зависит только от его материала.

$\lambda \equiv \dfrac{1}{\rho}$ — определение удельной проводимости материала.

Экзамен. Закон Ома в дифференциальной форме.

$$R = \rho \frac{l}{S} \qquad => \qquad U = RI = \rho \frac{l}{S} I \qquad => \qquad \frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{U}{l} \qquad => \qquad j = \lambda E$$

$\vec{j} = \lambda\vec{E}$ — закон Ома в дифференциальной форме. Здесь $\vec{j}$ — плотность тока, $\vec{E}$ — напряженность электрического поля, λ — удельная проводимость.

Экзамен. Сторонние силы.

$div\left(\vec{j}\right) + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0$ — уравнение неразрывности.

Для постоянных токов $\frac{\partial\rho}{\partial t} = 0$ => $div\left(\vec{j}\right) = 0$ =>

$\Phi_j = 0$ — поток плотности постоянных токов через любую замкнутую поверхность равен нулю. Следовательно, линии постоянных токов замкнуты.

Рассмотрим интеграл $\oint\limits_l E_l dl$ вдоль замкнутой линии тока.

$$\begin{cases} d\vec{l} \uparrow\uparrow \vec{j} \\ \vec{j} = \lambda\vec{E} \end{cases} \Rightarrow \quad \vec{E} \uparrow\uparrow d\vec{l} \quad \Rightarrow \quad \left(\vec{E}, d\vec{l}\right) > 0 \quad \Rightarrow \quad \oint\limits_l E_l dl > 0$$

Это с одной стороны, а с другой стороны $\oint\limits_l E_l dl = 0$, согласно теореме о циркуляции электростатического поля $\vec{E}$. Казалось бы, для постоянных токов поле $\vec{E}$ нельзя считать электростатическим. Однако $\frac{\partial\rho}{\partial t} = 0$ и это означает, что заряды не изменяются. При постоянных токах распределение зарядов неизменно. При неизменном распределении зарядов их поле — электростатическое поле.

Итак, мы получили противоречие $\begin{cases} \oint\limits_l E_l dl > 0 \\ \oint\limits_l E_l dl = 0 \end{cases}$. Это противоречие доказывает, что для существования постоянных токов необходимо наличие неэлектрических посторонних сил. Эти силы будем называть сторонними силами $\vec{F}_{стор}$.

$\vec{E}_{стор} \equiv \frac{\vec{F}_{стор}}{q}$ определение напряженности сторонних сил.

Электрические силы и сторонние силы должны одинаково вызывать движения зарядов — электрический ток. Тогда, обобщая закон Ома, получим:

$\vec{j} = \lambda\left(\vec{E} + \vec{E}_{стор}\right)$ — обобщенный закон Ома или закон Ома с учетом сторонних сил в дифференциальной форме.

Факультативно. Свинцовый аккумулятор — пример источника сторонних сил.

Рассмотрим две пластины. Одна пластина свинцовая Pb, другая покрыта окисью свинца PbO_2. На самом деле в свинцовом аккумуляторе используются две свинцовые пластины, но об этом чуть позже.

Между пластинами серная кислота и вода.

$$H_2SO_4 \Leftrightarrow 2H^+ + SO_4{}^{2-}$$

На каждой пластине идет химическая реакция. В результате этих реакций к пластинам идут заряды противоположных знаков. Движение этих зарядов замыкается через внешнюю по отношению к аккумулятору электрическую цепь. Если внешней цепи нет, то химические реакции идут до тех пор, пока электрическое поле зарядов на пластинах не останавливает течение реакций.

На свинцовой (Pb) пластине ионы SO_4^{2-} вытягивают в раствор свинец, оставляя на пластине отрицательный заряд. Идет химическая реакция

$$Pb^{4+} + 2SO_4^{2-} \Leftrightarrow Pb\left(SO_4\right)_2.$$

На второй пластине из окиси свинца (PbO_2) ионы H^+ вытягивают в раствор кислород из молекул PbO_2, оставляя на пластине свинец и положительный заряд. Идет химическая реакция

$$PbO_2 + 4H^+ \Leftrightarrow Pb^{4+} + 2H_2O.$$

Эти реакции показывают, как аккумулятор разряжается.

Теперь обсудим, как заряжают аккумулятор.

Аккумулятор заряжают в два этапа.

1). Две свинцовые Pb пластины опускают в раствор серной кислоты H_2SO_4 в воде H_2O.

Кислота взаимодействует со свинцом:

$$Pb + 2H_2SO_4 \rightarrow 2H_2 \uparrow + Pb\left(SO_4\right)_2$$

Из раствора выходит водород. В растворе остается вода и соль $Pb(SO_4)_2$.

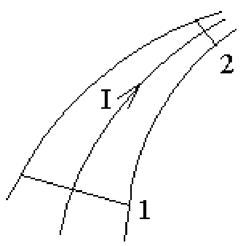
2). Затем через пластины и раствор пропускают постоянный ток.

При этом химические реакции на пластинах идут в обратном направлении по сравнению с тем, как это обсуждалось выше при разрядке аккумулятора.

На одной пластине выделяется свинец Pb, на другой пластине свинец окисляется до окиси свинца PbO_2. Аккумулятор заряжается.

Экзамен. Закон Ома для участка цепи.

(в интегральной форме и с учетом ЭДС)



Возьмем закон Ома в дифференциальной форме

$\vec{j} = \lambda \cdot \left(\vec{E} + \vec{E}_{стор} \right)$, разделим его на удельную проводимость λ и получим

$\vec{E} + \vec{E}_{стор} = \dfrac{1}{\lambda} \vec{j}$.

Подействуем на это равенство оператором $\int\limits_1^2 \left(\cdot, d\vec{l} \right)$, взятым вдоль тока $d\vec{l} \uparrow\uparrow \vec{j}$, и получим:

$$\int\limits_1^2 \left(\vec{E}, d\vec{l} \right) + \int\limits_1^2 \left(\vec{E}_{стор}, d\vec{l} \right) = \int\limits_1^2 \left(\frac{1}{\lambda} \vec{j}, d\vec{l} \right).$$

Здесь первый интеграл — это напряжение между точками участка цепи 1 и 2:

$$U \equiv \varphi_1 - \varphi_2 = \int\limits_1^2 \left(\vec{E}, d\vec{l} \right).$$

Второй интеграл называют электродвижущей силой или ЭДС:

$\mathcal{E} \equiv \int\limits_1^2 \left(\vec{E}_{стор}, d\vec{l} \right)$ — определение ЭДС — электродвижущей силы.

Третий интеграл можно преобразовать с учетом того, что $d\vec{l} \uparrow\uparrow \vec{j}$:

$$\int\limits_1^2 \left(\frac{1}{\lambda} \vec{j}, d\vec{l} \right) = \int\limits_1^2 \frac{1}{\lambda} \cdot j \cdot dl = \int\limits_1^2 \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{I}{S_\perp} \cdot dl = I \cdot \int\limits_1^2 \frac{dl}{\lambda \cdot S_\perp}.$$

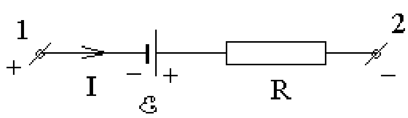
Интеграл в правой части равенства представляет собой сумму сопротивлений последовательно включенных резисторов с длинами dl и площадями поперечного сечения $S_\perp$:

$R = \int\limits_1^2 \dfrac{dl}{\lambda \cdot S_\perp}$ — сопротивление участка цепи.

Тогда

$U + \mathcal{E} = RI$ — закон Ома для участка цепи.

Обсудим правило знаков в этой формуле.



На рисунке все величины положительны:

$U > 0$, если $\varphi_1 > \varphi_2$;

$I > 0$, если ток течет от точки 1 к точке 2;

$\mathcal{E} > 0$, если при движении от 1 к 2 мы сначала встречаем "–" клемму ЭДС, а затем встречаем "+" клемму.

В металле ток переносится отрицательными зарядами. Направление движения отрицательных зарядов противоположно направлению тока, поэтому направление тока иногда называют техническим направлением тока. Хотя, техническое направление тока полностью совпадает с физическим определением направления тока.

Экзамен. Правила или уравнения Кирхгофа.

Рассмотрим сложную электрическую цепь. Место, где токи разветвляются, называется узлом электрической цепи. Участком цепи будем называть отрезок от одного узла до соседнего узла. Контуром цепи будем называть замкнутую саму на себя последовательность участков цепи. Начало и конец контура совпадают.

Есть два типа уравнений Кирхгофа.

1). Уравнение первого типа — это уравнения для контуров.

Для каждого участка цепи, например, для участка с номером k можно записать закон Ома для участка цепи:

$$\mathcal{E}_k + U_k = R_k I_k .$$

Просуммируем такие равенства для контура цепи. С учетом того, что при обходе по замкнутому контуру сумма падений напряжений равна нулю $\sum_k U_k = 0$ получим:

$$\sum_k \mathcal{E}_k = \sum_k R_k I_k$$ — уравнение Кирхгофа первого типа.

Сумма ЭДС при обходе по контуру равна сумме падений напряжений на пассивных элементах контура. В такой формулировке уравнения Кирхгофа первого типа будут удобны для рассмотрения цепей переменного тока. Здесь $R_k I_k$ — это падение напряжения на k-ом резисторе.

2). Уравнения второго типа — это уравнения для узлов.

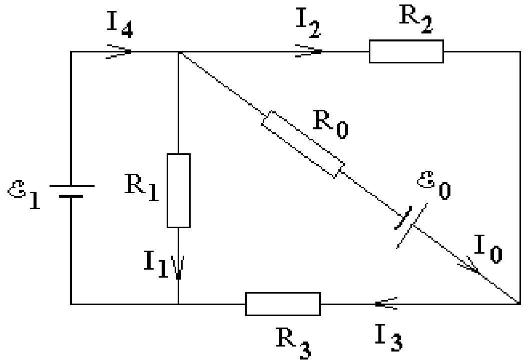
$$\sum_i I_i = 0$$ — уравнение Кирхгофа второго типа.

Здесь токи, втекающие в узел, и токи, вытекающие из узла, рассматриваются, как токи разных знаков.

Сумма токов, втекающих в узел, равна сумме токов, вытекающих из узла.

Экзамен. Пример решения задачи с помощью уравнений Кирхгофа.

Найти все токи в схеме:



Этапы решения задачи.

1). Выберем положительные направления тока на каждом участке цепи и обозначим токи.

2). Выберем столько контуров обхода, сколько элементарных неделимых по площади контуров с токами. Выберем положительное направление обхода каждого контура.

3). Для каждого выбранного контура составим уравнение вида $\sum\limits_k \mathcal{E}_k = \sum\limits_k R_k I_k$ с учетом правила знаков. ЭДС входит в уравнение со знаком "+", если при обходе контура сначала встречаем "–" клемму ЭДС, а затем — "+" клемму; произведение $R_k I_k$ входит в уравнение со знаком "+", если направление тока совпадает с направлением обхода контура.

4). Запишем недостающее число уравнений вида $\sum\limits_i I_i = 0$, где втекающие в узел токи и вытекающие токи нужно брать с разными знаками.

В нашей задаче 5 неизвестных токов. Составим 3 уравнения для контуров и два недостающих уравнения для узлов. Для определенности будем обходить элементарные неделимые по площади контуры по часовой стрелке.

$$\begin{cases} \mathcal{E}_1 = 0 \cdot I_4 + R_1 I_1 \\ \mathcal{E}_0 = R_0 I_0 + R_3 I_3 - R_1 I_1 \\ -\mathcal{E}_0 = R_2 I_2 - R_0 I_0 \\ I_4 = I_0 + I_1 + I_2 \\ I_3 = I_0 + I_2 \end{cases}$$

<u>Факультативная вставка.</u>

В некоторых сложных схемах электрическая цепь не может быть представлена на плоскости без пересечений проводников. В таком случае теряет смысл понятие элементарных неделимых по площади контуров с токами и количество независимых уравнений для контуров и узлов нужно определять иначе.

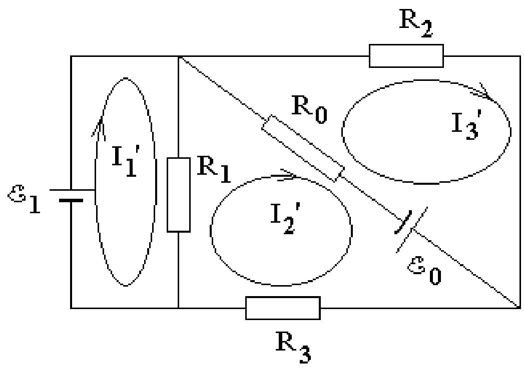
Можно доказать, что число независимых уравнений для узлов всегда на единицу меньше общего числа узлов. Число независимых уравнений для контуров можно тогда найти, как разность числа неизвестных токов и числа независимых уравнений для узлов. При составлении уравнений для контуров нужно следить за тем, чтобы каждое следующее уравнение содержало хотя бы один участок цепи, не входящий в предыдущие уравнения. Иначе уравнения для контуров окажутся линейно зависимыми.

Конец факультативной вставки.

Факультативно. Метод контурных токов.

Рассмотрим элементарные неделимые по площади контуры и предположим, что в каждом из них течет свой контурный ток.

Направим все контурные токи в одну сторону: все по часовой стрелке или все против часовой стрелки.



На общем для двух контуров участке цепи ток равен разности двух контурных токов.

В таком случае уравнения Кирхгофа для узлов будут выполнены автоматически, а уравнений для контуров автоматически окажется столько же, сколько и неизвестных контурных токов.

Рассмотрим пример решения той же задачи методом контурных токов.

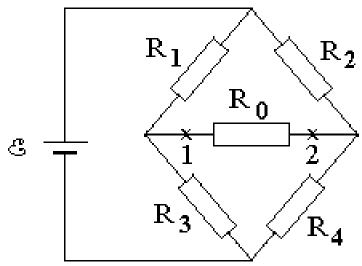
Составим уравнения Кирхгофа для контуров, в которых токи участков цепи выражены через контурные токи:

$$\begin{cases} \mathcal{E}_1 = 0 \cdot I_1' + R_1 \cdot (I_1' - I_2') \\ \mathcal{E}_0 = R_0 \cdot (I_2' - I_3') + R_3 I_2' + R_1 \cdot (I_2' - I_1') \\ -\mathcal{E}_0 = R_2 I_3' + R_0 \cdot (I_3' - I_2') \end{cases}$$

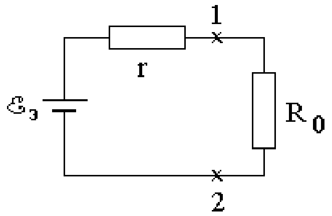
Факультативно. Метод эквивалентной ЭДС.

Этот метод удобен в том случае, если нужно найти ток только на одном из участков цепи. Сопротивление этого участка R_0 цепи будем называть сопротивлением нагрузки.

Пусть нужно найти ток I_0 через сопротивление R_0 в следующей схеме:



Оказывается, что ток можно найти по формуле $I_0 = \dfrac{\mathcal{E}_э}{R_0 + r}$, где эквивалентная ЭДС $\mathcal{E}_э$ и внутреннее сопротивление r соответствуют некоторой эквивалентной схеме



Две схемы эквивалентны в том смысле, что можно подобрать такие значения $\mathcal{E}_э$ и r, что для каждой величины сопротивления R_0 обе схемы создают в этом резисторе одинаковый ток. Величины $\mathcal{E}_э$ и r не зависят от R_0.

Если во второй схеме нагрузка имеет бесконечное сопротивление $R_0 = \infty$ (разрыв вместо нагрузки R_0), то напряжение на нагрузке равно эквивалентной ЭДС $\mathcal{E}_э$. Тогда величину $\mathcal{E}_э$ можно найти, как напряжение на нагрузке в первой схеме, если нагрузка имеет бесконечное сопротивление.

Внутреннее сопротивление второй схемы r (оно же внутреннее сопротивление первой схемы) можно найти, как сопротивление между контактами 1 и 2 первой схемы, если каждую ЭДС первой схемы заменить коротким замыканием, а вместо нагрузки оставить разрыв.

Найдем напряжение на бесконечной нагрузке в первой схеме (величину эквивалентной ЭДС), как разность потенциалов в точках 1 и 2. Будем отсчитывать потенциалы относительно нижнего провода схемы. Тогда

$$\begin{cases} \varphi_1 = \mathcal{E}\dfrac{R_3}{R_1 + R_3} \\ \varphi_2 = \mathcal{E}\dfrac{R_4}{R_2 + R_4} \end{cases} \quad => \quad \mathcal{E}_э = U = \varphi_1 - \varphi_2 = \mathcal{E} \cdot \left(\frac{R_3}{R_1 + R_3} - \frac{R_4}{R_2 + R_4} \right)$$

Сопротивление между контактами 1 и 2 первой схемы, если каждую ЭДС первой схемы заменить коротким замыканием, а вместо нагрузки оставить разрыв:

$$r = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4}.$$

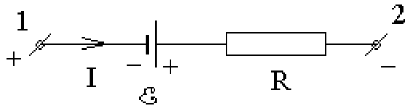
Ток I_0 через нагрузку R_0 находим через полученные величины $\mathcal{E}_э$ и r по формуле:

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_э}{R_0 + r}.$$

Экзамен. Закон Джоуля — Ленца для участка цепи и его обоснование на основе закона сохранения энергии.

$N = \mathcal{E}I + UI$ — закон Джоуля — Ленца. Здесь N — мощность, идущая на нагрев (ленц-джоулево тепло); $\mathcal{E}$ — ЭДС на участке цепи; U — напряжение, приложенное снаружи к участку цепи; I — сила тока на участке цепи.

Правила знаков для ЭДС, напряжения и тока такие же, как и в законе Ома для участка цепи:



На рисунке все величины положительны:

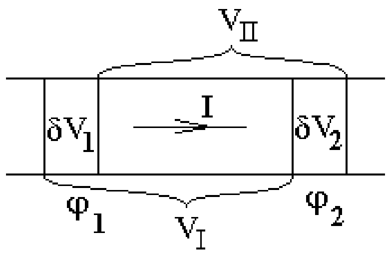
$U > 0$, если $\varphi_1 > \varphi_2$;

$I > 0$, если ток течет от точки 1 к точке 2;

$\mathcal{E} > 0$, если при движении от 1 к 2 мы сначала встречаем "–" клемму ЭДС, а затем встречаем "+" клемму.

Законы физики не доказываются, а проверяются на опыте. Закон Джоуля — Ленца стоит в этом смысле несколько особняком, так как он может быть выведен из закона сохранения энергии. Видимо, этот вывод считается недостаточно строгим, поскольку он опирается на микроскопическое рассмотрение движения зарядов.

Рассмотрим проводник, в котором нет сторонних сил. Пусть к проводнику приложено напряжение U, и по нему течет постоянный ток I.



Пусть в некотором объеме V_I все заряды, создающие ток, имеют одинаковую скорость. Пусть за малый промежуток времени δt объем с зарядами V_I перемещается в положение V_{II}. Энергия общей части этих двух объемов зарядов не изменяется. Пусть в объеме δV_1 находится заряд δq. Тогда изменение энергии зарядов при перемещении из положения V_I в положение V_{II} равно изменению энергии заряда δq при перемещении из объема δV_1 сечения проводника с потенциалом φ_1 в объем δV_2 сечения с потенциалом φ_2.

$q\varphi$ — энергия заряда q в точке с потенциалом φ, тогда потеря энергии зарядов при перемещении из положения V_I в положение V_{II}:

$$\delta q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = \delta q \cdot U = \delta t \cdot \frac{dq}{dt} \cdot U = UI \cdot \delta t$$

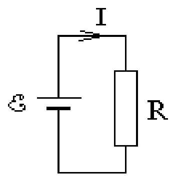
Если эту потерю электрической энергии разделить на время, за которое происходит потеря, то получим мощность электрических сил:

$N = UI$.

Мощность расходуется на нагревание проводника — это так называемое ленц-джоулево тепло.

Заметим, что в процессе вывода этой формулы мы нигде не использовали закон Ома. Следовательно, полученная формула справедлива и при нелинейной зависимости тока от напряжения, например, в полупроводниковом диоде.

Рассмотрим схему:



Из уравнения Кирхгофа для рассматриваемого контура получим $\mathcal{E} = RI$. С другой стороны по закону Ома $U = RI$. Тогда

$\mathcal{E} = U \quad => \quad UI = \mathcal{E}I$

Здесь UI — мощность, которая идет на нагрев проводника, как только что было доказано выше. Эта мощность может быть получена только от ЭДС. Тогда $\mathcal{E}I$ — мощность расходуемая ЭДС. Заметим, что мощность $\mathcal{E}I$, расходуемая ЭДС, не зависит от наличия других ЭДС на том участке, к которому она подсоединена. Следовательно, и мощность потребляемая участком цепи *UI* (подводимая к участку цепи снаружи) не зависит от того, есть ли на этом участке другие ЭДС.

Рассмотрим теперь не замкнутую цепь, а участок цепи, к которому приложено внешнее напряжение U, и который содержит ЭДС $\mathcal{E}$. Тогда мощность (*N*), идущая на нагрев (ленц-джоулево тепло), в соответствии с законом сохранения энергии должна представлять собой сумму мощности (*UI*), подводимой к участку цепи снаружи, и мощности ($\mathcal{E}I$), расходуемой ЭДС:

$N = \mathcal{E}I + UI$
