

Экзамен. Парамагнетизм газов в слабых полях (продолжение).

Факультативная вставка.

Что изменится, если допустить рассмотрение сильных магнитных полей?

Для вероятности нужно оставить выражение в виде

$$d\xi = A \cdot e^{\frac{|\vec{m}| \cdot B \cdot \cos(\theta)}{kT}} \cdot \sin(\theta) \cdot d\theta.$$

Для сильного поля экспоненту нельзя заменить отрезком ряда Тейлора.

Константу A по-прежнему можно найти из условия нормировки: $\int d\xi = 1$.

Тогда

$$1 = \int_0^\pi A \cdot e^{\frac{|\vec{m}| \cdot B \cdot \cos(\theta)}{kT}} \cdot \sin(\theta) \cdot d\theta = A \int_{-1}^{+1} e^{\frac{|\vec{m}| \cdot B \cdot \cos(\theta)}{kT}} d(\cos(\theta))$$

Обозначим для краткости $\eta = \frac{|\vec{m}|B}{kT}$ и $\zeta = \cos(\theta)$. Тогда

$$1 = A \int_{-1}^{+1} e^{\eta \zeta} d\zeta = A \frac{e^\eta - e^{-\eta}}{\eta}$$

Откуда

$$A = \frac{\eta}{e^\eta - e^{-\eta}}$$

и

$$d\xi = \frac{\eta}{e^\eta - e^{-\eta}} e^{\eta \cdot \cos(\theta)} \cdot \sin(\theta) \cdot d\theta$$

По-прежнему

$$\begin{aligned} M &= n \cdot \langle |\vec{m}| \rangle = n \cdot \langle (\vec{m})_B \rangle = n \cdot \int (\vec{m})_B \cdot d\xi = n \cdot \int |\vec{m}| \cdot \cos(\theta) \cdot d\xi = \\ &= n \cdot |\vec{m}| \cdot \int_0^\pi \cos(\theta) \frac{\eta}{e^\eta - e^{-\eta}} e^{\eta \cdot \cos(\theta)} \cdot \sin(\theta) \cdot d\theta \end{aligned}$$

Опять $\zeta = \cos(\theta)$ и

$$M = n \cdot |\vec{m}| \cdot \frac{\eta}{e^\eta - e^{-\eta}} \int_{-1}^1 \zeta e^{\eta \zeta} d\zeta = n \cdot |\vec{m}| \cdot \frac{1}{\eta(e^\eta - e^{-\eta})} \int_{-\eta}^{\eta} \mu e^\mu d\mu$$

И окончательно

$$M = n \cdot |\vec{m}| \cdot \left(\frac{e^\eta + e^{-\eta}}{e^\eta - e^{-\eta}} - \frac{1}{\eta} \right), \text{ где } \eta = \frac{|\vec{m}|B}{kT}.$$

В очень сильном магнитном поле \vec{B} , когда $\eta \rightarrow \infty$, все магнитные диполи повернутся вдоль поля \vec{B} , и намагниченность $M \approx n \cdot |\vec{m}|$ перестает расти с увеличением поля — это насыщение намагниченности.

Конец факультативной вставки.

Экзамен. Свойства ферромагнетиков.

1). $\mu \gg 1$

$$\begin{cases} B \gg H \\ \vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{M} \end{cases} \Rightarrow B \approx 4\pi M \Rightarrow$$

Для ферромагнетиков магнитная индукция и намагниченность — почти одно и то же с точностью до коэффициента 4π .

В системе СИ: $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$, откуда $\vec{B} \approx \mu_0\vec{M}$.

2). Теория Вейсса.

Теория Вейсса — это теория ферромагнетизма, которую мы рассматривать не будем.

В этой теории в качестве исходного пункта взято необычное выражение для энергии атомарного магнитного диполя. Вместо $W = -(\vec{m}, \vec{B})$ постулируется, что $W = -(\vec{m}, \vec{B} + b\vec{M})$, где $b\vec{M}$ — так называемое молекулярное поле, $b > 0$ — константа.

Придуманное Вейссом молекулярное поле $b\vec{M}$ стремится удерживать диполи в направлении намагниченности \vec{M} аналогично тому, как поле \vec{B} стремится удерживать диполи в направлении поля \vec{B} в случае $W = -(\vec{m}, \vec{B})$. Молекулярное поле введено, чтобы объяснить, почему при устранении внешнего поля \vec{B} диполи остаются направленными в одну сторону, и получается постоянный магнит.

Дальнейшее построение теории Вейсса аналогично теории парамагнетизма только вместо $W = -(\vec{m}, \vec{B})$ нужно везде подставить $W = -(\vec{m}, \vec{B} + b\vec{M})$.

3). Доменная структура ферромагнетиков.

Ферромагнетизм наблюдается только в твердом теле. Ферромагнетик состоит из доменов. Характерный размер доменов (10—100) мкм. Внутри одного домена магнитные диполи атомов направлены в одну сторону. Магнитные моменты разных доменов направлены хаотически.

Согласно квантовой теории, когда электронные оболочки двух атомов соприкасаются, между атомами возникает обменное взаимодействие.

В результате обменного взаимодействия магнитные моменты соседних атомов стремятся повернуться в одну сторону. Причина этого стремления лежит в тождественности электронов.

Факультативная вставка.

В твердом теле намагниченность создается только за счет спинов электронов, орбитальная намагниченность отсутствует.

В квантовой механике есть соотношение неопределенности Гейзенберга:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}.$$

Здесь Δx — среднеквадратичное отклонение от среднего значения x -координаты, при многократных попытках измерить x -координату электрона в одних и тех же условиях, Δp_x — среднеквадратичное отклонение x -проекции импульса электрона от среднего значения.

При приближении двух атомов друг к другу, когда их электронные оболочки начинают соприкасаться, электроны из разных атомов могут меняться местами. При этом неопределенность Δx в положении каждого электрона возрастает

$$\Delta x \nearrow \Rightarrow \Delta p_x \searrow \Rightarrow \langle p_x^2 \rangle \searrow \Rightarrow \langle p^2 \rangle \searrow \Rightarrow E_{кин} \searrow \Rightarrow E_{полная} \searrow.$$

Любая система стремится к минимуму энергии. Если соседним атомам легче обмениваться электронами, когда спины и магнитные диполи электронов направлены в одну сторону, то магнитные моменты электронов будут направлены в одну сторону за счет энергии обменного взаимодействия.

Если атомы имеют незаполненную внешнюю электронную оболочку, то обменная энергия отрицательна для пары электронов с противоположно направленными спинами. При этом соседние атомы имеют противоположно направленные магнитные моменты. Суммарный магнитный диполь каждой пары атомов равен нулю. Это так называемые антиферромагнетики.

Если же не заполнена электронами внутренняя оболочка атома, как например, для атомов железа, то обменная энергия отрицательна для электронов с одинаково направленными спинами. В таком случае вещество — ферромагнетик.

Конец факультативной вставки.

Любая система стремится к минимуму энергии. Энергия обменного взаимодействия минимальна при одинаковом направлении магнитных диполей соседних атомов.

С другой стороны, если все магнитные диполи направлены в одну сторону, то образец намагничен и создает вокруг себя магнитное поле. Это магнитное поле имеет энергию, объемная плотность которой $w = \frac{(\vec{B}, \vec{H})}{8\pi}$.

Энергия магнитного поля минимальна, когда магнитные диполи образца направлены случайным образом — хаотично.

Чтобы минимизировать сумму энергии обменного взаимодействия и энергии магнитного поля, образец самопроизвольно распадается на так называемые домены разных размеров (10—100) мкм для разных ферромагнетиков.

В каждом домене магнитные диполи направлены в одну сторону, а магнитные диполи разных доменов направлены хаотически. Если домены малы, то мало магнитное поле всего образца, и мала энергия магнитного поля. Если домены не слишком малы, то большинство атомов находится внутри домена, а не на его поверхности. Для атомов внутри домена энергия обменного взаимодействия минимальна.

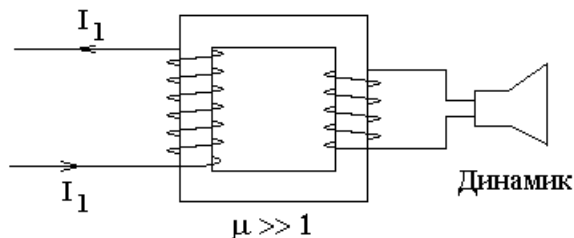
4). Точка Кюри.

При нагревании ферромагнитного материала есть критическая температура, при которой происходит фазовый переход из ферромагнитного состояния в парамагнитное состояние.

Эта критическая температура и называется температурой Кюри или точкой Кюри.

5). Эффект Баркгаузена.

Эффект Баркгаузена состоит в том, что в следующей схеме



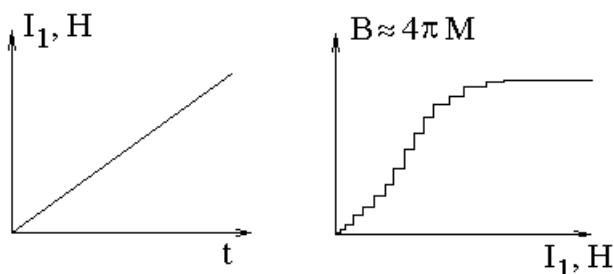
слышны щелчки из динамика, включенного во вторичную обмотку трансформатора, когда в первичной обмотке изменяется сила тока.

Во внешнем магнитном поле домены, направленные по полю, растут, а направленные против поля — тают. Это можно увидеть в микроскоп. Переход атома из одного домена в другой происходит без пространственного перемещения атома, происходит только за счет поворота магнитного диполя электронной оболочки пограничного атома из направления, соответствующего одному домену, в направление, соответствующее соседнему домену.

Изменение границ доменов происходит скачками от одного дефекта структуры, вызванного атомом примеси, до другого дефекта. Эти скачки и вызывают эффект Баркгаузена — щелчки из динамика, включенного во вторичную обмотку трансформатора, когда в первичной обмотке изменяется сила тока.

Пусть, например, сила тока линейно нарастает со временем. Тогда напряженность магнитного поля $H \sim I_1$ пропорциональна току I_1 в первичной обмотке и скачков не испытывает, так как согласно теореме о циркуляции:

$$Hl = \frac{4\pi}{c} NI_1.$$



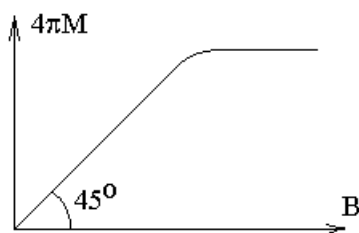
При изменении напряженности поля H скачками меняется намагниченность M вместе с магнитной индукцией $B \approx 4\pi M$. Скачок магнитной индукции сопровождается скачком потока магнитной индукции $\Phi_B = NBS$, что означает бесконечную производную от потока по времени и

бесконечную ЭДС индукции: $\mathcal{E}_{инд} = -\frac{1}{c} \cdot \frac{d\Phi_B}{dt}$. Эти короткие импульсы напряжения во вторичной обмотке и проявляются в виде щелчков в динамике.

На самом деле скачок намагниченности происходит за конечное, хотя и малое время. По этой причине на частотах в сотни мегагерц и выше ферромагнетизма нет.

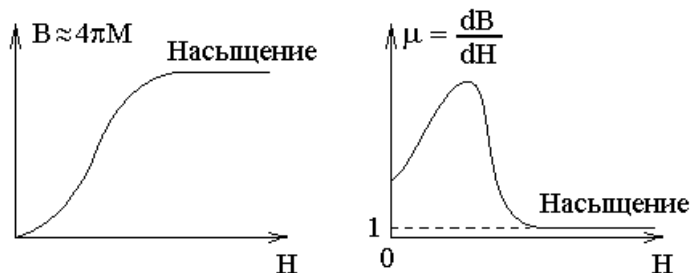
6). Насыщение намагниченности.

Намагниченность среды M зависит от магнитного поля B , но эта зависимость мало информативна, так как $B \approx 4\pi M$ для любого ферромагнетика, и зависимость $4\pi M$ от B — это прямая линия под углом 45° :



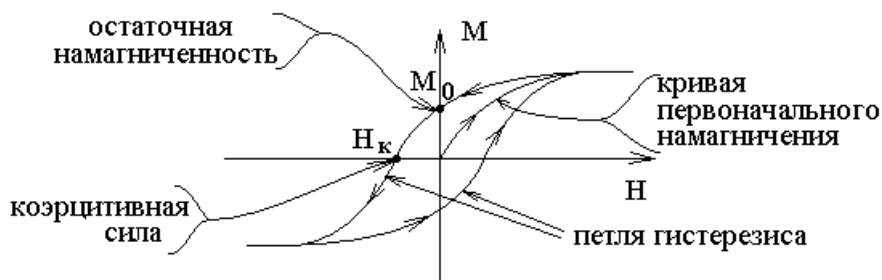
Поэтому обычно рассматривают более информативную зависимость намагниченности M или магнитной индукции $B \approx 4\pi M$ от напряженности магнитного поля H . При малых напряженностях намагниченность быстро возрастает с ростом напряженности, а при больших — перестает расти. Это происходит, когда все магнитные диполи оказываются направлены вдоль магнитного поля.

Прекращение роста намагниченности — это и есть насыщение намагниченности.



7). Гистерезис (отставание).

Изменение намагниченности M отстает от изменения напряженности магнитного поля H . При изменении напряженности в одну, другую сторону, и обратно, зависимость намагниченности от напряженности образует петлю — так называемую петлю гистерезиса.



Если в начальный момент времени напряженность поля и намагниченность среды были равны нулю, то зависимость $M(H)$ описывает кривую первоначальной намагниченности.

Если после насыщения намагниченности убрать напряженность магнитного поля, то оставшееся значение намагниченности M_0 называется остаточной намагниченностью (постоянного магнита).

Напряженность магнитного поля H_K , необходимая для устранения остаточной намагниченности M_0 называется коэрцитивной силой.

Если остаточная намагниченность железа мала, то железо называют мягким. Его используют в трансформаторах. Жесткое железо используют для изготовления постоянных магнитов.

Факультативная вставка.

Сильные постоянные магниты получают на основе сплавов NdFeB — неодим-железо-бор. Например, магнит N 45 имеет объемную плотность

энергии магнитного поля $\frac{(\vec{B}, \vec{H})}{8\pi} = 45 \cdot 10^6$ (Гаусс*Эрстед). В вакууме индукции

1 Гс соответствует напряженность 1 Э. Для сравнения: магнитное поле Земли на экваторе $B = 0.3$ Гс, на широте 50° $B = 0.5$ Гс. Казалось бы, остаточная магнитная индукция $B = \sqrt{45 \cdot 8\pi} \cdot 10^3$ Гс, однако согласно справочным таблицам она в 2.5 раза меньше этой величины ($B = 13500$ Гс). Вероятно, под объемной плотностью энергии в этом случае подразумевается энергия всего магнитного поля (внутри и вне магнита) отнесенная ко всему объему магнита. В системе СГС Гаусса магнитная индукция измеряется в Гауссах, а в системе СИ — в Теслах: $1 \text{ Гс} = 10^{-4} \text{ Тл}$. Напряженность магнитного поля соответственно в Эрстедах и Ампер/метр, соотношение единиц примерно: $1 \text{ Э} = 80 \text{ А/м}$.

Конец факультативной вставки.

8). Нагревание сердечника при перемагничивании.

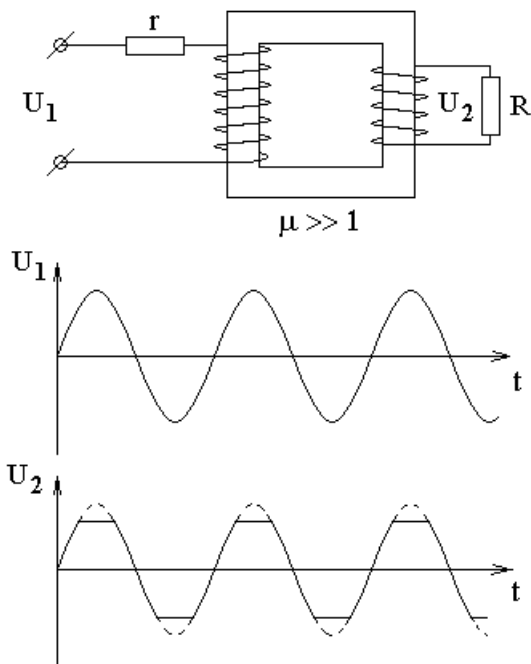
$dw = \frac{1}{4\pi} (\vec{H}, d\vec{B})$ — изменение объемной плотности энергии магнитного поля. С учетом $B \approx 4\pi M$ получаем $dw \approx (\vec{H}, d\vec{M})$.

Изменение энергии в цикле перемагничивания $\nu = \frac{1}{4\pi} \oint H dB \approx \oint H dM$ переходит в теплоту сердечника сделанного из ферромагнетика. Теплота, выделяющаяся в единице объема ферромагнетика, равна площади петли гистерезиса $\nu \approx \oint H dM$. В системе СИ: $\nu \approx \oint H dB \approx \mu_0 \oint H dM$.

9). При нормальной работе трансформатора сердечник нельзя вводить в насыщение.

Без насыщения сердечника $\mu \gg 1$. При насыщении $\mu \equiv \frac{dB}{dH} \approx 1$. Индуктивность первичной обмотки трансформатора $L_{11} \sim \mu$. Следовательно, при насыщении сердечника трансформатора индуктивность первичной обмотки

резко уменьшается. При этом возрастает ток холостого хода. При большом токе в первичной обмотке входное напряжение падает на активном сопротивлении первичной обмотки и не трансформируется во вторичную обмотку.



Напряжение во вторичной обмотке насыщается. Обычный трансформатор в таком режиме сильно греется и гудит.

На этом принципе работает феррорезонансный стабилизатор напряжения.

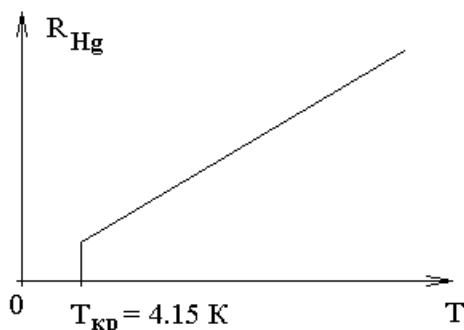
10). Размагничивание.

Многokратное перемагничивание с убывающей амплитудой магнитного поля размагничивает образец.

Экзамен. Свойства сверхпроводников.

1). Фазовый переход.

В 1911 году изучение зависимости сопротивления ртути от температуры привело к открытию сверхпроводимости.



Явление сверхпроводимости состоит в том, что при понижении температуры сопротивление скачком падает до нуля. Эта температура называется критической.

Сверхпроводимость обнаружена не у всех металлов.

Для всех чистых элементов таблицы Менделеева $T_{кр} < 10K$.

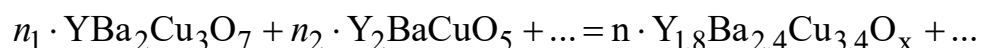
2). Высокотемпературная сверхпроводимость.

$77 K = -196^{\circ}C$ — температура кипения жидкого азота.

Если критическая температура $T_{кр} > 77K$, то сверхпроводимость называют высокотемпературной.

Охлаждение до температуры кипения жидкого азота относительно недорого. Так 1 литр жидкого азота стоит примерно столько же, сколько стоит разовый проезд в метро.

Высокотемпературная сверхпроводимость получена в материалах, которые представляют собой металлокерамику на основе соединений меди. Обычно под керамикой понимают обожженную глину. Как правило, под глиной понимают минерал, основой которого является каолинит $Al_4[Si_4O_{10}](OH)_8$. На AliExpress можно купить высокотемпературный сверхпроводник на основе металлокерамики с критической температурой $T_{кр} \approx 90K$:



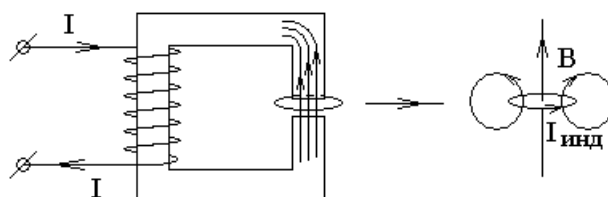
Сверхпроводимость при $T_{кр} \approx 153K$ получена для $HgBa_2Ca_2Cu_3O_{8+\delta}$ при атмосферном давлении.

В 2019 году опубликованы результаты наблюдения сверхпроводимости для супергидрида лантана LaH_{10} при $-13^{\circ}C$ при давлении $2 \cdot 10^6$ атмосфер.

В 2020 году получена сверхпроводимость в системе на основе сероводорода H_2S и метана CH_4 . при давлении $2.7 \cdot 10^6$ атмосфер и температуре $+15^{\circ}C$. При высоком давлении сероводород H_2S становится нестабильным и распадается на H_2S и серу S.

3). Сверхпроводящее кольцо с индуцированным током.

Пусть есть кольцо из материала, который при охлаждении становится сверхпроводящим.



Сначала включают ток I в катушке с сердечником. В результате появляется магнитное поле, и его линии притягивают кольцо из материала, который при охлаждении становится сверхпроводящим. Затем охлаждают кольцо и переводят его в сверхпроводящее состояние. После этого кольцо вынимают из зазора сердечника с магнитным полем. В сверхпроводящем кольце при этом возникает ток индукции.

По правилу Ленца ток индукции имеет такое направление, что стремится устранить причину появления тока индукции. Причина появления тока

индукции в ЭДС индукции $\mathcal{E}_{инд} = -\frac{1}{c} \frac{d\Phi_B}{dt}$ и изменении потока магнитной индукции Φ_B через кольцо. Направление тока индукции такое, что он стремится сохранить величину потока магнитного поля Φ_B через кольцо.

$$\begin{cases} \mathcal{E}_{инд} = RI_{инд} \\ R = 0 \end{cases}$$

Ток индукции не может быть бесконечно большим, так как он создавал бы бесконечный поток магнитного поля вместо того, чтобы сохранять его величину, как требует правило Ленца.

$$\begin{cases} I_{инд} \neq \infty \\ R = 0 \\ \mathcal{E}_{инд} = RI_{инд} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathcal{E}_{инд} = 0 \\ \mathcal{E}_{инд} = -\frac{1}{c} \frac{d\Phi_B}{dt} \end{cases} \Rightarrow \frac{d\Phi_B}{dt} = 0 \Rightarrow \Phi_B = const$$

Когда сверхпроводящее кольцо вынимают из магнитного поля, в нем возникает ток индукции, который поддерживает неизменной величину потока магнитного поля через кольцо.

Ток индукции не затухает годами в таком сверхпроводящем кольце. Обнаружить ток индукции можно по наличию магнитного поля рядом со сверхпроводящим кольцом.