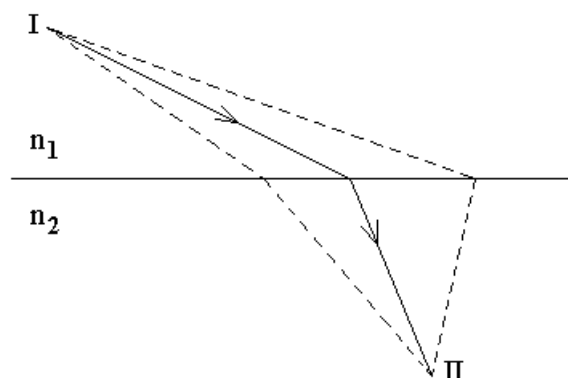


Факультативно. Из принципа Ферма можно получить закон преломления.



Закон Снеллиуса можно вывести из того, что оптическая длина пути от точки I до точки II для реального луча должна быть меньше, чем для любого другого, изображенного пунктиром.

$$\text{То есть } \frac{n_1 h_1}{\cos(\alpha_1)} + \frac{n_2 h_2}{\cos(\alpha_2)} = \min \text{ при условии } h_1 \operatorname{tg}(\alpha_1) + h_2 \operatorname{tg}(\alpha_2) = \text{const}.$$

Подставим в первое равенство $\frac{1}{\cos(\alpha)} = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(\alpha)}$ и получим

$$n_1 h_1 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(\alpha_1)} + n_2 h_2 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(\alpha_2)} = \min$$

Возьмем от этого равенства производную $\frac{d}{d(\operatorname{tg}(\alpha_1))}$ и получим

$$n_1 h_1 \frac{\operatorname{tg}(\alpha_1)}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(\alpha_1)}} + n_2 h_2 \frac{\operatorname{tg}(\alpha_2)}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(\alpha_2)}} \cdot \frac{d(\operatorname{tg}(\alpha_2))}{d(\operatorname{tg}(\alpha_1))} = 0$$

Подставим $\frac{\operatorname{tg}(\alpha_1)}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(\alpha_1)}} = \sin(\alpha_1)$, аналогично $\frac{\operatorname{tg}(\alpha_2)}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(\alpha_2)}} = \sin(\alpha_2)$,

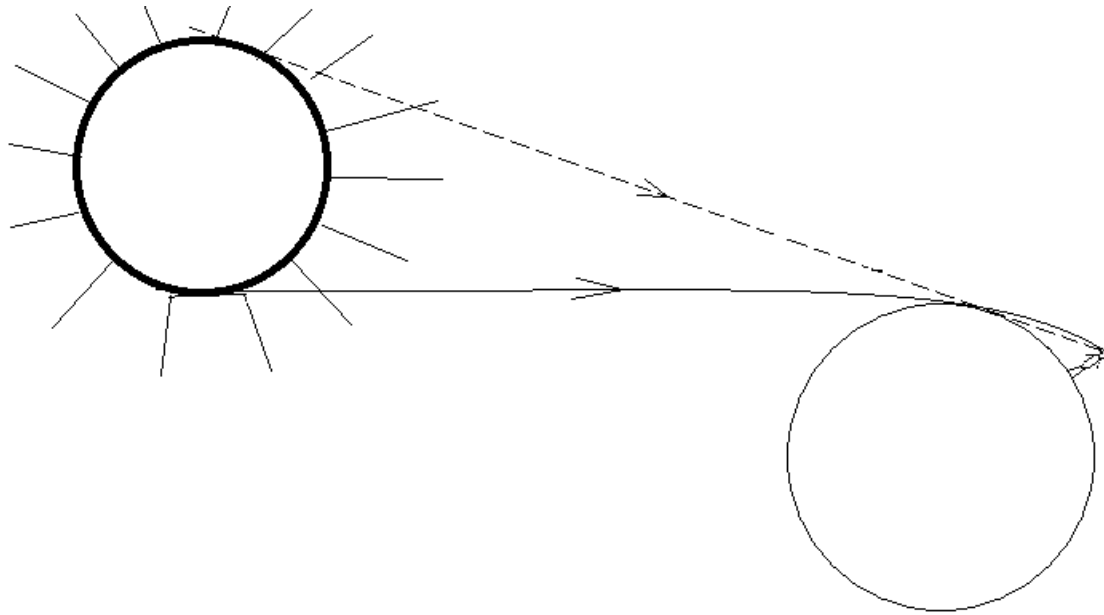
кроме того $\frac{d(\operatorname{tg}(\alpha_2))}{d(\operatorname{tg}(\alpha_1))} = -\frac{h_1}{h_2}$ из условия $h_1 \operatorname{tg}(\alpha_1) + h_2 \operatorname{tg}(\alpha_2) = \text{const}$ и получим

$$n_1 \sin(\alpha_1) = n_2 \sin(\alpha_2)$$

Экзамен. Рефракция.

Понятие рефракции имеет три смысла.

- 1). В первом смысле рефракция — любое преломление света. Рефрактометр — прибор для измерения показателя преломления среды.
- 2). Во втором смысле рефракция в атмосфере или астрономическая рефракция — наблюдение Солнца из-под линии горизонта Земли.



Причина поворота солнечных лучей — уменьшение плотности атмосферы Земли с увеличением высоты над Землей. Дело в том, что с уменьшением плотности и соответственно концентрации молекул воздуха N уменьшается показатель преломления n , так как в разреженной среде $(n-1) \sim N$.

В неоднородной среде с изменяющимся от точки к точке показателем преломления свет поворачивает в оптически более плотную среду. В нашем случае свет поворачивает в сторону Земли.

3). В двух первых смыслах рефракция — это явление. В третьем смысле рефракция — это физическая величина.

$$R \equiv \frac{V}{\nu} \cdot \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \quad \text{— рефракция, молярная или молекулярная рефракция.}$$

Здесь V — объем вещества, ν — число молей, $\frac{V}{\nu}$ — объем одного моля, n — показатель преломления среды.

Часто вместо молярной рефракции рассматривают удельную рефракцию $\frac{1}{\rho} \cdot \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}$, где ρ — плотность среды. Здесь по сравнению с молярной

рефракцией объем одного моля $\frac{V}{\nu}$ заменен объемом единицы массы $\frac{1}{\rho} = \frac{V}{m}$.

Молярная рефракция представляет интерес для анализа формулы Лоренц — Лорентца:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{4}{3} \pi N \alpha,$$

где N — концентрация молекул, α — поляризуемость одной молекулы или коэффициент пропорциональности между наведенным дипольным моментом молекулы \vec{p} и напряженностью электрического поля \vec{E} :

$$\vec{p} = \alpha \vec{E},$$

n — показатель преломления среды.

Формула Лоренц — Лорентца для оптических полей доказывается аналогично формуле Клаузиуса — Моссотти в электростатике:

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{4}{3} \pi N \alpha.$$

Дело в том, что размер атома в тысячу раз меньше длины волны света, поэтому световое поле можно считать медленным полем для атома.

$$\text{В оптике } n = \sqrt{\varepsilon \mu} \approx \sqrt{\varepsilon} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon \approx n^2.$$

Из определения рефракции следует $\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = R \frac{\nu}{V}$. Тогда с учетом формулы Лоренц — Лорентца получаем:

$$R \frac{\nu}{V} = \frac{4}{3} \pi N \alpha \quad \Rightarrow \quad R = \frac{4}{3} \pi \frac{NV}{\nu} \alpha,$$

где $\frac{NV}{\nu} = N_A$ — число Авогадро или число молекул в одном моле. Тогда

$$R = \frac{4}{3} \pi N_A \alpha.$$

То есть молярная рефракция должна сохраняться независимо от концентрации вещества в случае выполнения формулы Лоренц — Лорентца. Формула Лоренц — Лорентца выполняется не совсем точно. Отклонение от формулы Лоренц — Лорентца является предметом современных научных исследований. Отклонение от формулы Лоренц — Лорентца удобно рассматривать, как изменение молярной рефракции R .

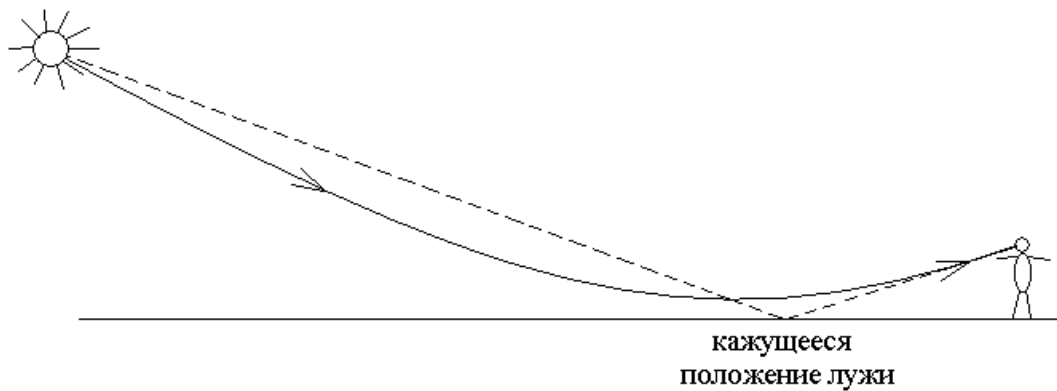
Экзамен. Миражи.

Если смотреть летом вдоль раскаленного шоссе, то где-то далеко асфальт кажется мокрым, покрытым лужами. Если у автомобиля включены фары, то в отражении как бы от лужи видна еще одна пара включенных фар.

Причина этой иллюзии в том, что у разогретого асфальта выше температура воздуха T , а давление воздуха p одинаковое: $p = NkT$, следовательно, у разогретого асфальта меньше концентрация молекул воздуха N .

Меньшая концентрация молекул означает, меньшее значение показателя преломления, так как при небольшой плотности из формулы Лоренц-Лорентца следует $(n - 1) \sim N$.

Свет поворачивает в оптически более плотную среду:



При скользющем падении света свет поворачивает у поверхности асфальта, как бы отражаясь от лужи. В этой луже, которой на самом деле нет, видны отражения неба, солнца, деревьев или фар автомобиля.

В раскаленной пустыне свет поворачивает не только у раскаленного песка, но и в высоких разреженных слоях атмосферы. Эти отражения порождают миражи. Отражения позволяют видеть оазис из-под линии горизонта и видеть водные поверхности, которых на самом деле нет.

Спектр света.

Спектр света — это цветные изображения входной щели спектрометра в фокальной плоскости его объектива. Спектр — это зависимость интенсивности света от координаты в этой плоскости. Спектр света пропорционален квадрату модуля Фурье образа электрического поля.

Экзамен. Диапазоны электромагнитных волн и источники излучения.

Факультативная вставка.

Для волны любой природы произведение длины волны на частоту равно фазовой скорости волны: $\lambda \nu = c$. С 1983 года значение скорости света в вакууме постулируется: $c \equiv 299792458$ м/с, что позволяет иметь единый эталон для длины и времени. До этого момента длину измеряли, сравнивая длину волны эталонной красной линии криптона с длиной измеряемого предмета с помощью интерферометра Майкельсона. Частоту измеряли, сравнивая с частотой цезиевого эталона частоты ≈ 9 ГГц. К 1983 году с помощью приемников излучения типа "кошачий ус" удалось провести сравнение частот лазеров, для которых частоты отличаются в несколько раз, например в случае, когда $\nu_1 - 3\nu_2$ является достаточно низкой частотой для регистрации электронной схемой частотомера. В результате удалось сравнить частоту He-Ne лазера $\lambda \approx 3.39$ мкм и частоту цезиевого эталона частоты примерно 9 ГГц. Независимое точное измерение частоты и длины волны генерации лазеров позволило перейти к единому эталону длины и частоты.

Конец факультативной вставки.

Электромагнитные волны делятся на диапазоны в зависимости от длины волны λ или от частоты ν .

Разделение на диапазоны приблизительно определяется типами источников излучения. Для любых источников электромагнитное излучение возникает только при ускоренном движении заряженных частиц.

Рассмотрим диапазоны, начиная с самых больших длин волн.

Низкие или промышленные частоты.

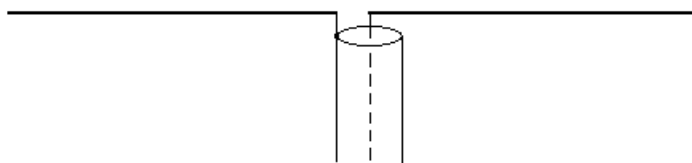
$$\lambda > 3 \text{ км} \quad \nu < 100 \text{ кГц}$$

Источники — паразитное излучение промышленных электроустановок: электродвигатели, электрогенераторы.

Радиоволны.

$$1 \text{ м} < \lambda < 3 \text{ км} \quad 100 \text{ кГц} < \nu < 300 \text{ МГц}$$

Источники — штыревые антенны.



Простейшая антенна — два штыря и коаксиальный кабель, по которому сигнал подводится к передающей антенне.

Микроволновой или СВЧ диапазон.

СВЧ — сверхвысокие частоты.

$$1 \text{ мм} < \lambda < 1 \text{ м} \quad 300 \text{ МГц} < \nu < 300 \text{ ГГц}$$

Источники — магнетроны и клистроны (объемные полые металлические резонаторы).

Передача от резонатора к антенне в сантиметровом и миллиметровом диапазоне производится по полую металлическому волноводу. Антенна со сферическим отражателем — спутниковая тарелка. Телевещание, радиолокация.

Инфракрасный свет.

ИК излучение.

$$0.7 \text{ мкм} < \lambda < 1 \text{ мм.}$$

Частоту в этом диапазоне часто измеряют в обратных сантиметрах: $1 \text{ см}^{-1} \approx 30 \text{ ГГц}$. Частота 1 см^{-1} по определению соответствует излучению с длиной волны 1 см.

$$10 \text{ см}^{-1} = 300 \text{ ГГц} < \nu < 14000 \text{ см}^{-1} \approx 430 \text{ ТГц.}$$

Терагерцовый диапазон — диапазон частот около 1 ТГц.

Источники — излучение молекул при возбуждении колебания или вращения молекулы — вращательные и колебательные спектры молекул. Излучение нагретых тел.

Видимый свет.

$$0.4 \text{ мкм} < \lambda < 0.7 \text{ мкм.}$$

Коротковолновая граница — фиолетовый свет, длинноволновая граница — красный свет.

Вместо частот обычно говорят об энергии кванта света $E = h\nu$. Энергию обычно выражают в электрон-вольтах — это энергия, которую приобретает электрон, пролетая напряжение в 1 Вольт. Энергия кванта света $1\text{эВ} = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Дж соответствует частоте света $\nu = 242\text{ТГц}$ и длине волны $\lambda = 1.24\text{мкм}$.

Диапазон энергий видимого света:

$$1.8\text{эВ} < h\nu < 3.1\text{эВ}.$$

Источники — излучение атомов и молекул при возбуждении их электронных оболочек.

Ультрафиолетовый свет.

$$10\text{нм} < \lambda < 400\text{нм}$$

$$3.1\text{эВ} < h\nu < 125\text{эВ}$$

Источники — излучение атомов и ионов при возбуждении их электронных оболочек, рекомбинация положительных ионов и электронов.

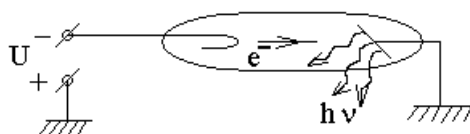
Рентген.

$$0.01\text{нм} < \lambda < 10\text{нм}$$

$$125\text{эВ} < h\nu < 125\text{кэВ}$$

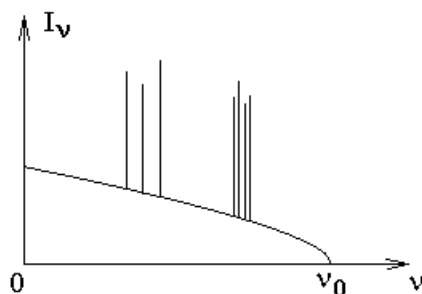
Источники — излучение атома после выбивания электрона внутренних электронных оболочек и тормозное излучение в металле электронов, ускоренных электрическим напряжением — рентгеновская трубка.

Рентгеновская трубка — это откачанная стеклянная трубка с двумя металлическими электродами, между которыми приложено напряжение в десятки киловольт. Из нагретого электрическим током катода (накальный катод) вылетают электроны в результате термоэлектронной эмиссии.



Электроны ускоряются электрическим полем от катода к аноду. При ударе об анод электроны теряют энергию, часть которой переходит в энергию рентгеновского фотона.

Спектр образующегося излучения имеет следующий вид.



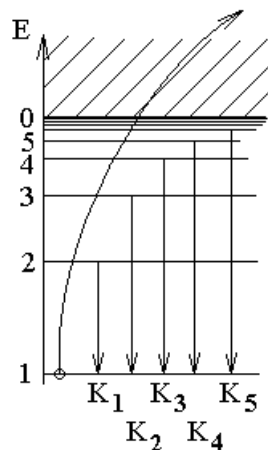
Спектр имеет сплошную и линейчатую составляющие.

Сплошной спектр — это тормозное излучение электронов, останавливающихся внутри материала анода, так как ускоренное движение зарядов всегда сопровождается излучением. Максимальная энергия рентгеновского фотона равна энергии налетающего электрона $h\nu_0 = eU$.

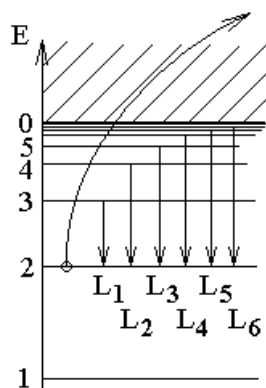
Линейчатый спектр определяется уровнями энергии внутренних электронов атома анода. Налетающий электрон имеет большую энергию и

может выбить не только внешний электрон атома, но и один из электронов внутренних электронных оболочек атома. Если выбит электрон одной из внутренних оболочек атома, то электрон с любого из вышележащих уровней энергии может перейти на освободившейся уровень. Это сопровождается излучением рентгеновского кванта $\Delta E = h\nu$.

Если выбит электрон с уровня энергии самой нижней электронной оболочки (на ней 2 электрона), то возможные переходы электронов с вышележащих уровней энергии на освободившейся уровень образуют так называемую *K*-серию рентгеновских спектральных линий линейчатого спектра K_1, K_2, K_3, \dots :



Если электрон выбит с уровня энергии второй оболочки (на второй заполненной оболочке находится 8 электронов), то возможные переходы электронов с вышележащих уровней энергии образуют *L*-серию рентгеновских линий:



Аналогично, если электрон выбит с третьей оболочки, то в спектре появятся линии *M*-серии, т. д.

Гамма излучение.

$$\lambda < 0.01 \text{ нм}$$

$$h\nu > 125 \text{ кэВ}$$

Источники — излучение возбужденных атомных ядер, тормозное излучение в ускорителях элементарных частиц при взаимодействии ускоренной частицы с мишенью, излучение при взаимных превращениях элементарных частиц, космическое излучение.

Для сравнения энергия покоя электрона: 511кэВ. Так при аннигиляции электрона и позитрона происходит излучение двух γ квантов с соответствующей энергией.