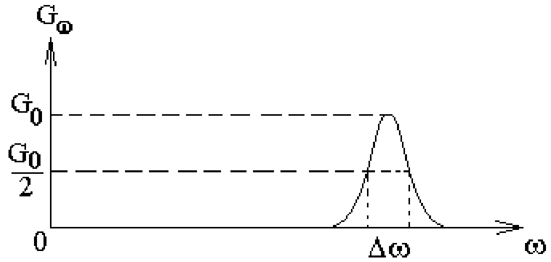
Второй час лекции — лекционные демонстрации.

Экзамен. Квазимонохроматический свет. Относительная спектральная ширина источника света.

В оптике часто относительная ширина спектра мала $\frac{\Delta\omega}{\omega} << 1$. В таком случае говорят о спектральной линии.

Под шириной спектральной линии $\Delta\omega$ независимо от формы спектрального контура $G_\omega(\omega)$ понимают ширину спектра на половине высоты:



Атом после возбуждения излучает экспоненциально затухающий световой цуг, для которого зависимость светового поля от времени имеет вид $E(t) = E_0 e^{-\Gamma t} \cos(\omega_0 t)$. Этому полю соответствует лоренцевский контур спектральной линии $G_\omega = G_{\omega_0} \cdot \mathscr{L}\left(\frac{\omega - \omega_0}{\Gamma}\right) \sim \left|\tilde{E}_0(\omega)\right|^2$, где $\tilde{E}_0(\omega)$ — Фурье образ функции $E(t)$. Заметим, что спектральная плотность поверхностной плотности энергии G_ω равна половине максимального значения при условии $\omega - \omega_0 = \pm\Gamma$. Тогда ширина (на половине высоты) спектральной линии равна $\Delta\omega = 2\Gamma$. Относительная спектральная ширина линии $\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{2\Gamma}{\omega_0}$.

Факультативная вставка.

Для излучения одиночного атома $\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{2\Gamma}{\omega} = \frac{2e^2\omega}{3m_e c^3} \sim \omega$ или в системе СИ — $\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{e^2\omega}{6\pi\varepsilon_0 m_e c^3} = \frac{e^2}{3\varepsilon_0 m_e c^2 \lambda}$, где m_e — масса электрона, e — заряд электрона. На длине волны $\lambda = 1\,мкм$ относительная спектральная ширина линии излучения $\frac{\Delta\omega}{\omega} \approx 1.18 \cdot 10^{-8} \approx 10^{-8}$, для других длин волн $\frac{\Delta\omega}{\omega} \sim \omega \sim \frac{1}{\lambda}$.

Это справедливо для одиночного атома. Для одиночной молекулы, например, при ее колебательном возбуждении массу электрона в выражении

$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{e^2\omega}{6\pi\varepsilon_0 mc^3}$ нужно заменить на эффективную массу колеблющихся атомов. В результате $\frac{\Delta\omega}{\omega}$ будет гораздо меньше, чем для одиночного атома.

Если молекул много, то Γ в выражении $\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{2\Gamma}{\omega}$ приблизительно равна частоте столкновений молекул, которая пропорциональна концентрации молекул или давлению газа. Для твердых и жидких тел частота столкновений $\Gamma \approx 10^{12}\,\textit{Гц}$, здесь вместо уровней энергии одиночных атомов или молекул наблюдаются энергетические зоны, а вместо линий поглощения — полосы поглощения.

Конец факультативной вставки.

Квазимонохроматический свет — это свет, относительная спектральная ширина которого мала $\frac{\Delta\omega}{\omega} \ll 1$.

Для нелазерных источников света все частоты спектральной линии излучаются одновременно внутри одного светового цуга.

Для лазерного источника света обычно более узкая спектральная линия дрожит (шумит, бегает) внутри контура с шириной $\Delta\omega$, которую считают спектральной шириной излучения лазера.

Вариант лазерного поведения частоты света во многих случаях дает возможность более наглядной интерпретации явлений. Поэтому мы обычно будем подразумевать этот вариант.

При изменении частоты света длина волны синхронно изменяется в другую сторону. В вакууме это видно из равенства

$\lambda\nu = c$.

Возьмем дифференциал этого равенства, считая, что длина волны λ и частота света ν могут изменяться. Тогда

$\lambda \cdot d\nu + \nu \cdot d\lambda = 0$.

Разделим это равенство на произведение $\lambda\nu$ и получим

$\frac{d\nu}{\nu} + \frac{d\lambda}{\lambda} = 0$.

Спектральная ширина — величина положительная. Тогда относительная спектральная ширина, выраженная в частотах, равна относительной спектральной ширине, выраженной в длинах волн:

$\frac{\delta\nu}{\nu} = \frac{\delta\lambda}{\lambda}$

при условии квазимонохроматичности света $\frac{\delta\nu}{\nu} << 1$.

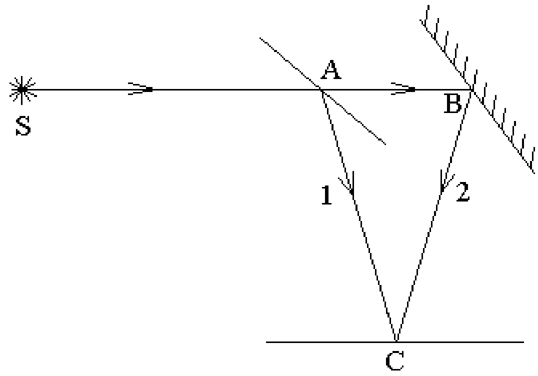
Аналогично из равенства $m\lambda = \Delta$ путем его дифференцирования получим

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda}=\frac{\delta m}{m},$$

где m — порядок интерференции или номер интерференционной полосы.

Экзамен. Длина и время когерентности.

Рассмотрим один из вариантов оптической схемы наблюдения интерференции методом деления амплитуды:



По пути 2 свет приходит в точку C на экране с запаздыванием относительно луча 1. Если частота света шумит, то лучи 1 и 2 приходят в точку C с разными частотами. В результате интерференционная картина дрожит и более или менее смазывается.

Картина полностью смазывается, если в фиксированной точке экрана шум номера интерференционной полосы равен 1:

$$\delta m=1.$$

Как мы выяснили в конце рассмотрения предыдущего вопроса

$\frac{\delta\lambda}{\lambda}=\frac{\delta m}{m}$, если учесть $\delta m=1$, то получим

$\frac{\delta\lambda}{\lambda}=\frac{1}{m}$ => $\delta\lambda=\frac{\lambda}{m}$ — допустимая для наблюдения интерференционной полосы с номером m спектральная ширина линии излучения. Откуда с учетом $m=\frac{\Delta}{\lambda}$ получим

$$\delta\lambda=\frac{\lambda^2}{\Delta}.$$

При такой спектральной ширине источника света интерференционная картина полностью смазывается. Следовательно, $\delta\lambda_{\max}=\frac{\lambda^2}{\Delta}$ — максимально допустимая немонохроматичность источника света для наблюдения интерференционной картины.

Если из этого равенства выразить разность хода

$\Delta_{\max} = \dfrac{\lambda^2}{\delta\lambda}$, то это — максимальная разность хода для наблюдения интерференционной картины при заданной величине немонохроматичности источника света.

Такая разность хода называется длиной когерентности, будем ее обозначать $l_{\|}$.

Длина когерентности — максимальная разность хода, допустимая для наблюдения интерференции.

$l_{\|} = \dfrac{\lambda^2}{\delta\lambda}$ — длина когерентности.

На рисунке разность хода $\Delta = AB$, так как точки A и B одинаково удалены от экрана C. Поэтому разность фаз двух лучей в точке C такая же, как и разность фаз в точках A и B. Следовательно, когерентность лучей 1 и 2 в точке C эквивалентна когерентности вторичных источников света в точках A и B. Точки A и B расположены на одном луче. Поэтому когерентность $l_{\|}$ называют еще продольной когерентностью или когерентностью вдоль луча.

С понятием продольной когерентности тесно связано понятие времени когерентности τ.

$\tau \equiv \dfrac{l_{\|}}{c}$.

Время когерентности — это время, за которое свет проходит длину когерентности.

$\tau = \dfrac{l_{\|}}{c} = \dfrac{1}{c} \cdot \dfrac{\lambda^2}{\delta\lambda} = \dfrac{1}{\lambda\nu} \cdot \dfrac{\lambda^2}{\delta\lambda} = \dfrac{1}{\nu} \cdot \dfrac{\lambda}{\delta\lambda} = \dfrac{1}{\nu} \cdot \dfrac{\nu}{\delta\nu} = \dfrac{1}{\delta\nu}$ =>

$\tau = \dfrac{1}{\delta\nu}$ — время когерентности, где $\delta\nu$ — спектральная ширина источника света.

Название "время когерентности" связано с тем, что разность фаз в точках A и B в один момент времени равна разности фаз в одной точке A в два разных момента времени t и $t + \dfrac{AB}{c}$.

Время когерентности — максимальное время τ, при котором $E(t)$ и $E(t+\tau)$ все еще когерентны в одной и той же точке пространства.

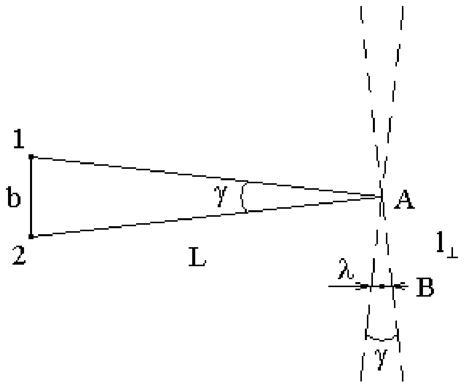
Экзамен. Пространственная когерентность.

Пространственная когерентность — это когерентность света поперек луча.

Длина пространственной когерентности $l_{\perp}$ — максимальное расстояние между вторичными источниками света поперек луча, между источниками, которые все еще можно считать частично когерентными.

Пространственная когерентность связана с протяженностью источника нелазерного света.

Свет излучает то один, то другой атом источника. При этом в точке наблюдения поверхность равных фаз слегка поворачивается.



Здесь b — размер источника света, γ — угловой размер источника света, L — расстояние от источника света до рассматриваемого фронта волны, A и B — две точки на фронте волны.

Пусть при шумовых поворотах фронта волны изменение разности хода для точек A и B равно длине волны λ. Тогда разность фаз в точках A и B шумит на 2π, и $AB = l_\perp$ — длина пространственной когерентности в плоскости фронта AB.

Рассмотрим треугольник, расположенный из точки A вниз, так что точка B лежит на середине его основания. Угол при вершине A этого треугольника равен γ — угловому размеру источника света. Высота этого треугольника $AB = l_\perp$, а длина основания равна λ. Из треугольника видно, что

$l_\perp \gamma = \lambda$ <=>

$l_\perp = \dfrac{\lambda}{\gamma}$ — выражение для длины пространственной когерентности через угловой размер источника света γ.

Теперь рассмотрим другой треугольник, расположенный из точки A налево. Из рисунка видно, что угловой размер источника γ связан с его линейным размером b и расстоянием от источника до точки наблюдения L:

$\gamma = \dfrac{b}{L}$ =>

Подставим это значение в формулу $l_\perp = \dfrac{\lambda}{\gamma}$ и получим:

$l_\perp = \dfrac{\lambda L}{b}$ — длина пространственной когерентности, где L — расстояние от источника света до точки наблюдения, b — линейный размер источника света.

Если использовать два участка фронта волны около точек A и B, как вторичные источники света для наблюдения интерференции методом деления волнового фронта, то

$\beta = \dfrac{AB}{L}$ — апертура интерференции. Напомним, что апертура интерференции — угол между двумя лучами, которые выходят из одной точки источника и приходят в одну точку экрана, где наблюдают интерференционную картину.

Пусть $AB = l_{\perp}$, тогда

$\beta_{\max} = \dfrac{l_{\perp}}{L} = \dfrac{\lambda}{b}$ — максимальная допустимая апертура интерференции для наблюдения интерференции. Следовательно, свет от источника размером b идет частично когерентно в угол примерно $\dfrac{\lambda}{b}$.

$\beta_{\max} = \dfrac{\lambda}{b}$ => $b_{\max} = \dfrac{\lambda}{\beta}$ — максимально допустимый размер источника света для наблюдения интерференции в оптической схеме с заданной апертурой интерференции β.

<u>Экзамен. Объем когерентности.</u>

Из длины когерентности вдоль луча и двух длин пространственных когерентностей поперек луча можно составить объем, его называют объемом когерентности.

$V = l_{\parallel} \cdot l_{\perp 1} \cdot l_{\perp 2}$

Любые два вторичных источника света в одном объеме когерентности частично когерентны и могут быть использованы для получения интерференционной картины.

<u>Факультативная вставка.</u>

Для описания возможной интерференционной картины от вторичных источников, взятых в двух разных точках пространства 1 и 2, вводят численную характеристику под названием комплексная степень когерентности

$$\gamma_{12} = |\gamma_{12}| e^{i \cdot \arg(\gamma_{12})} \equiv \frac{\left\langle \left(\tilde{\bar{E}}_1(t), \tilde{\bar{E}}_2(t) \right) \right\rangle_t}{\left\langle \left(\tilde{\bar{E}}_1(t), \tilde{\bar{E}}_1(t) \right) \right\rangle_t},$$

где $\tilde{\bar{E}}_1(t)$ и $\tilde{\bar{E}}_2(t)$ — комплексные напряженности светового поля в точках 1 и 2 в момент времени t.

При использовании этих вторичных источников видность (контрастность) интерференционной картины будет равна модулю комплексной степени когерентности $|\gamma_{12}|$. Фаза комплексной степени когерентности $\arg(\gamma_{12})$ равна усредненной разности фаз световых колебаний в точках 1 и 2, что соответствует светлой $\arg(\gamma_{12})=0$ или темной $\arg(\gamma_{12}(\tau))=\pi$ интерференционной полосе на экране равноудаленном от точек 1 и 2.

Если точки 1 и 2 лежат на одном луче, то комплексная степень когерентности будет зависеть от расстояния $l=c\tau$ между этими точками или от времени распространения τ света от точки 1 до точки 2

$$\gamma_{12}(\tau)=|\gamma_{12}(\tau)|e^{i\cdot\arg(\gamma_{12}(\tau))}\equiv\frac{\left\langle\left(\tilde{\vec{E}}_1(t),\tilde{\vec{E}}_1(t+\tau)\right)\right\rangle_t}{\left\langle\left(\tilde{\vec{E}}_1(t),\tilde{\vec{E}}_1(t)\right)\right\rangle_t}.$$

<u>Конец факультативной вставки.</u>

<u>Факультативная вставка.</u>

Обсудим параметры объема когерентности лазерного излучения.

Для лазерного излучения длина пространственной когерентности больше диаметра лазерного пучка лучей. То есть в направлении поперек луча все лазерное излучение когерентно.

Длина когерентности вдоль лазерного луча может быть очень велика. Наибольшая длина когерентности лазера соответствует излучению в одной поперечной и одной продольной моде. Это излучение лазера в так называемом одномодовом или одночастотном режиме. Максимальные длины когерентности составляют величину порядка десяти тысяч километров.

Для нелазерных источников света при низком давлении газа, когда ширина спектральной линии определяется эффектом Доплера, характерная длина когерентности составляет полметра. Для обычных давлений газа газоразрядного источника света длина когерентности составляет несколько сантиметров. С увеличением давления газа длина когерентности уменьшается.

<u>Конец факультативной вставки.</u>