

Комплексные токи и напряжения.

Комплексные токи и напряжения вводят для рассмотрения гармонически изменяющихся токов и напряжений. Комплексные токи и напряжения позволяют заменить дифференциальные уравнения Кирхгофа для токов комплексными уравнениями Кирхгофа.

Рассмотрим вещественное напряжение:

$U(t) = U_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$, где U_0 — вещественная амплитуда, ω — циклическая частота, φ_0 — начальная фаза.

Будем называть соответствующим комплексным напряжением величину:

$\tilde{U}(t) = U_0 e^{i(\omega t + \varphi_0)}$, где волной сверху \tilde{U} будем обозначать, что величина комплексная.

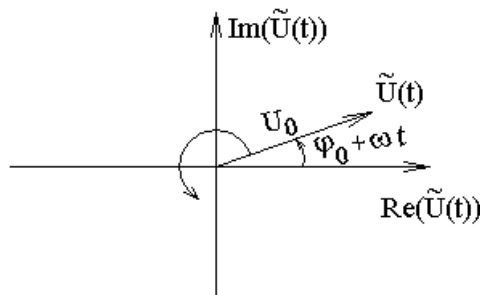
Тогда $U(t) = \operatorname{Re}(\tilde{U}(t))$

$\tilde{U} = U_0 e^{i(\omega t + \varphi_0)} = U_0 e^{i\varphi_0} e^{i\omega t} = \tilde{U}_0 e^{i\omega t}$, где

$\tilde{U}_0 \equiv U_0 e^{i\varphi_0}$ — комплексная амплитуда напряжения, U_0 — вещественная амплитуда, φ_0 — начальная фаза или фаза в нулевой момент времени.

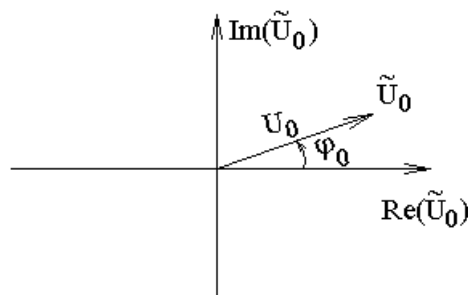
$\tilde{U}(t) = \tilde{U}_0 e^{i\omega t}$

Гармонически изменяющееся напряжение можно изобразить на комплексной плоскости напряжений.



Напряжение, которое есть на самом деле, — это вещественное напряжение равно проекции комплексного напряжения на вещественную ось $\operatorname{Re}(\tilde{U}(t)) = U(t)$.

Комплексная амплитуда напряжения тоже может быть изображена на комплексной плоскости — комплексной плоскости амплитуд. В отличие от комплексного напряжения комплексная амплитуда не изменяется во времени и не вращается на комплексной плоскости.



Аналогично комплексным напряжениям вводятся комплексные токи.

$$I(t) = I_0 \cos(\omega t + \psi_0) \text{ — вещественный ток.}$$

$$\tilde{I}(t) = I_0 e^{i(\omega t + \psi_0)} \text{ — соответствующий ему комплексный ток.}$$

$$I(t) = \operatorname{Re}(\tilde{I}(t))$$

$$\tilde{I}(t) = I_0 e^{i(\omega t + \psi_0)} = I_0 e^{i\psi_0} e^{i\omega t} = \tilde{I}_0 e^{i\omega t} \quad \Rightarrow$$

$\tilde{I}_0 \equiv I_0 e^{i\psi_0}$ — комплексная амплитуда тока, I_0 — вещественная амплитуда тока, ψ_0 — начальная фаза тока или фаза в нулевой момент времени.

$$\tilde{I}(t) = \tilde{I}_0 e^{i\omega t}$$

Комплексное сопротивление — импеданс.

Импеданс или комплексное сопротивление по определению равно отношению комплексного напряжения к комплексному току:

$$\tilde{Z} \equiv \frac{\tilde{U}}{\tilde{I}}.$$

Заметим, что импеданс также равен отношению комплексных амплитуд напряжения и тока:

$$\tilde{Z} \equiv \frac{\tilde{U}}{\tilde{I}} = \frac{\tilde{U}_0 e^{i\omega t}}{\tilde{I}_0 e^{i\omega t}} = \frac{\tilde{U}_0}{\tilde{I}_0}$$

Найдем импеданс для каждого элемента линейной схемы: для резистора, конденсатора и катушки индуктивности.

Для резистора:

$$U = RI \quad \Rightarrow \quad \tilde{U} = R\tilde{I} \quad \Rightarrow \quad \tilde{Z}_R = R$$

Для конденсатора:

$$q = CU \quad \Rightarrow \quad \dot{q} = I = C\dot{U} \quad \Rightarrow$$

$$\tilde{I} = C\dot{\tilde{U}} = C \frac{d}{dt}(\tilde{U}_0 e^{i\omega t}) = C\tilde{U}_0 \frac{d}{dt}(e^{i\omega t}) = i\omega C\tilde{U}_0 e^{i\omega t} = i\omega C\tilde{U} \quad \Rightarrow$$

$$\tilde{U} = \frac{1}{i\omega C} \tilde{I} \quad \Rightarrow \quad \tilde{Z}_C = \frac{1}{i\omega C}$$

Для катушки индуктивности:

$$U = L\dot{I} \quad \Rightarrow$$

$$\tilde{U} = L\dot{\tilde{I}} = L \frac{d}{dt}(\tilde{I}_0 e^{i\omega t}) = L\tilde{I}_0 \frac{d}{dt}(e^{i\omega t}) = i\omega L\tilde{I}_0 e^{i\omega t} = i\omega L\tilde{I} \quad \Rightarrow$$

$$\tilde{Z}_L = i\omega L$$

Соберем вместе все три выражения для импедансов и получим:

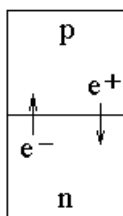
$$\begin{cases} \tilde{Z}_R = R \\ \tilde{Z}_C = \frac{1}{i\omega C} \\ \tilde{Z}_L = i\omega L \end{cases}$$

Комплексные сопротивления вместе с комплексными напряжениями и комплексными токами позволяют вместо дифференциальных уравнений Кирхгофа составлять комплексные уравнения Кирхгофа для токов.

Полупроводниковый диод. Дифференциальное сопротивление.

Рассмотрим, что происходит при соприкосновении полупроводника n-типа и полупроводника p-типа.

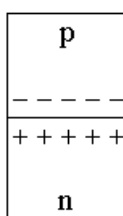
Электроны диффундируют через контакт двух полупроводников из полупроводника n-типа в полупроводник p-типа. Дырки диффундируют во встречном направлении из p в n полупроводник.



Электроны в чужом для них полупроводнике p-типа называют неосновными носителями тока, как и дырки в полупроводнике n-типа. Неосновные носители тока в чужом для них полупроводнике встречаются с основными носителями и рекомбинируют. При рекомбинации пропадает один электрон и одна дырка. Освободившаяся энергия излучается в виде кванта света, поэтому каждый диод одновременно является светодиодом только обычно в инфракрасной области.

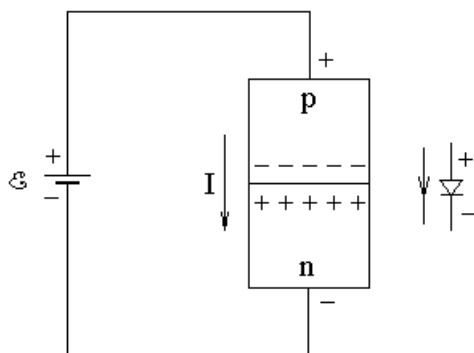
При диффузии в чужой полупроводник носители тока переносят через границу заряд. Электроны и дырки диффундируют навстречу друг другу, но силы тока при этом направлены в одну сторону и складываются.

В результате рекомбинации в области контакта уменьшается концентрация носителей тока и появляется слой, обедненный носителями.



Рекомбинируя в чужом полупроводнике, неосновные носители оставляют перенесенный через контакт заряд. В области контакта появляется двойной электрический слой, похожий на заряженный конденсатор. Как и на конденсаторе, на двойном слое происходит падение напряжения. Это

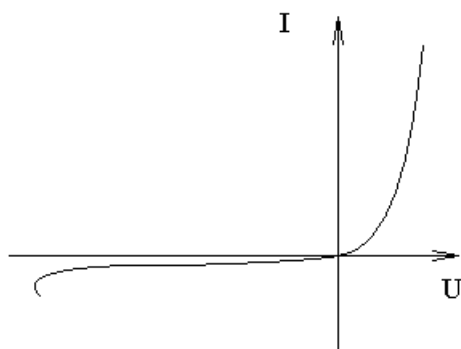
напряжение возрастает до тех пор, пока оно не останавливает диффузию оставшихся носителей тока через контакт.



Если к контакту приложить внешнее электрическое поле, которое уменьшает контактное напряжение, то диффузия носителей тока возобновляется. Через контакт течет ток.

Если к контакту приложить внешнее электрическое поле, которое увеличивает запирающее контактное напряжение, то тока нет.

То есть контакт двух полупроводников представляет собой диод. Он пропускает электрический ток в одну сторону и не пропускает в другую.



Отпирающее напряжение $U > 0$ называют напряжением в прямом направлении, оно вызывает ток, который хорошо подчиняется формуле:

$$I(U) = I_0 \cdot \left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right), \quad (1)$$

где I_0 зависит от температуры T , коэффициент e в показателе экспоненты — модуль заряда электрона, k — постоянная Больцмана.

$$\frac{kT}{e} \approx 25 \text{ мВ.}$$

При увеличении отпирающего напряжения на 25 мВ ток через диод возрастает в e раз.

Для анализа работы схем с транзисторами нам понадобится понятие динамического сопротивления $R_{\text{дифф}} = \frac{dU}{dI}$. Если пренебречь единицей в правой части формулы (1), то дифференциальное сопротивление в Омах диода

в прямом направлении равно отношению 25 мВ и силы тока через диод в миллиамперах. Например, если ток через диод равен 1 мА, то дифференциальное сопротивление диода равно $\frac{25\text{ мВ}}{1\text{ мА}} = 25\text{ Ом}$. Если ток через

диод равен 5 мА, то дифференциальное сопротивление $\frac{25\text{ мВ}}{5\text{ мА}} = 5\text{ Ом}$. Эта

простая формула для величины дифференциального сопротивления диода в прямом направлении нам понадобится в дальнейшем для анализа работы транзисторных схем.

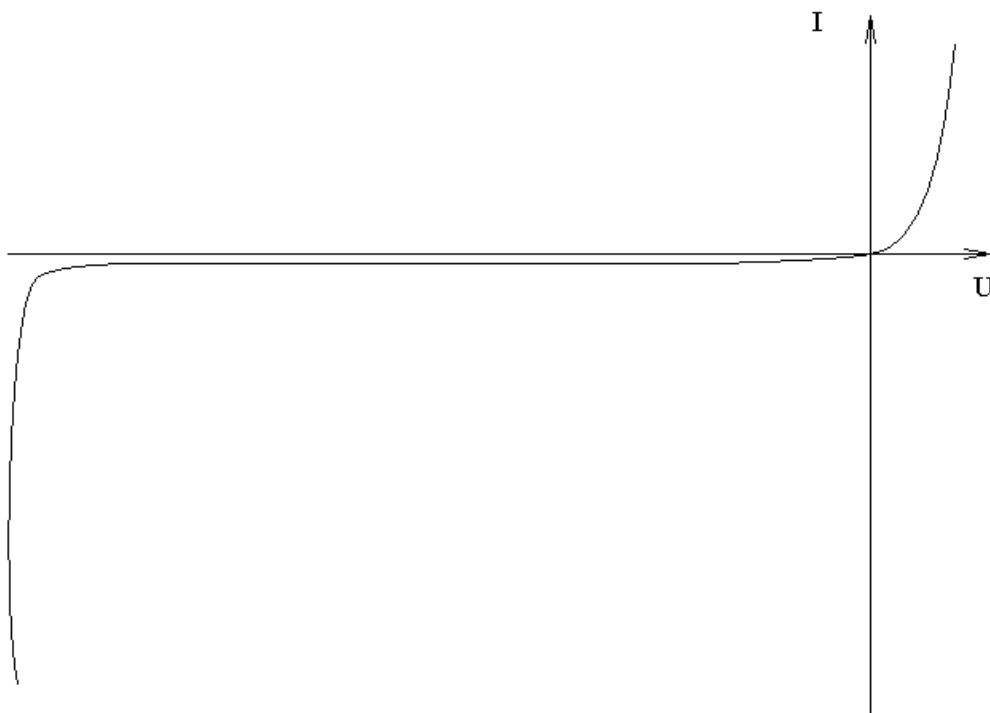
Заметим, что при постоянном токе через диод $I = \text{const}$ величина I_0 зависит от температуры так, что $U(T) \sim \frac{1}{T}$.

Характерное напряжение отпираия для кремниевых диодов 0.6 Вольт, для германиевых диодов (0.2 — 0.3) Вольта.

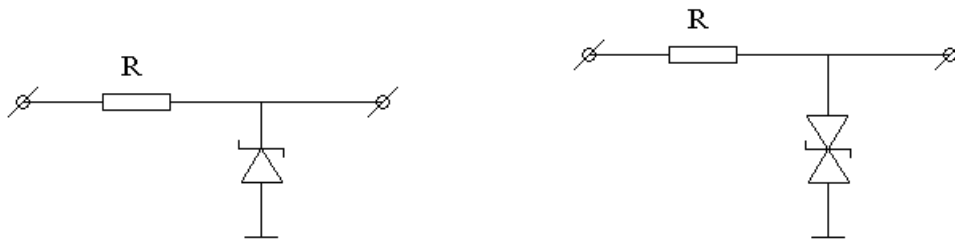
При большом запирающем напряжении происходит электрический пробой диода и, как правило, его тепловое разрушение.

Стабилитрон.

Стабилитрон — это диод, предназначенный для стабилизации напряжения. На диод подается через резистор запирающее напряжение, которое превышает напряжение пробоя диода.



При этом через диод протекает ток, и избыток напряжения падает на резисторе. Стабилитрон как бы перераспределяет ток резистора R через стабилитрон и полезную нагрузку, которая на рисунке не изображена.



На правом рисунке стабилитрон состоит из двух диодов включенных последовательно навстречу друг другу. Такой стабилитрон одинаково ограничивает напряжение обеих полярностей.

Стабилитрон стабилизирует напряжение не идеально. При небольших колебаниях напряжения на входе схемы $\Delta U_{вх}$ колебание напряжения на выходе схемы $\Delta U_{вых}$ зависит от дифференциального сопротивления стабилитрона

$$R_{дифф} = \frac{dU}{dI}.$$

$$\Delta U_{вых} = \Delta U_{вх} \frac{R_{дифф}}{R + R_{дифф}}$$

При большом обратном токе дифференциальное сопротивление диода может стать даже отрицательным, но при таких токах наступает тепловое разрушение диода.